I. Guía Pedagógica del Módulo Tratamiento de datos y azar

Contenido

1. Descripción

La Guía Pedagógica es un documento que integra elementos técnico-metodológicos planteados de acuerdo con los principios y lineamientos del **Modelo Académico de Calidad para la Competitividad** del Conalep para orientar la práctica educativa del Prestador de Servicios Profesionales (PSP) en el desarrollo de competencias previstas en los programas de estudio.

La finalidad que tiene esta guía es facilitar el aprendizaje de los alumnos, encauzar sus acciones y reflexiones y proporcionar situaciones en las que desarrollará las competencias. El PSP debe asumir conscientemente un rol que facilite el proceso de aprendizaje, proponiendo y cuidando un encuadre que favorezca un ambiente seguro en el que los alumnos puedan aprender, tomar riesgos, equivocarse extrayendo de sus errores lecciones significativas, apoyarse mutuamente, establecer relaciones positivas y de confianza, crear relaciones significativas con adultos a quienes respetan no por su estatus como tal, sino como personas cuyo ejemplo, cercanía y apoyo emocional es valioso.

Es necesario destacar que el desarrollo de la competencia se concreta en el aula, ya que **formar con un enfoque en competencias significa crear experiencias de aprendizaje para que los alumnos adquieran la capacidad de movilizar, de forma integral, recursos que se consideran indispensables para saber resolver problemas en diversas situaciones o contextos,** e involucran las dimensiones cognitiva, afectiva y psicomotora; por ello, los programas de estudio, describen las competencias a desarrollar, entendiéndolas como la combinación integrada de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que permiten el logro de un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable del individuo en situaciones específicas y en un contexto dado. En consecuencia, la competencia implica la comprensión y transferencia de los conocimientos a situaciones de la vida real; ello exige relacionar, integrar, interpretar, inventar, aplicar y transferir los saberes a la resolución de problemas. Esto significa que **el contenido, los medios de enseñanza, las estrategias de aprendizaje, las formas de organización de la clase y la evaluación se estructuran en función de la competencia a formar**; es decir, el énfasis en la proyección curricular está en lo que los alumnos tienen que aprender, en las formas en cómo lo hacen y en su aplicación a situaciones de la vida cotidiana y profesional.

Considerando que el alumno está en el centro del proceso formativo, se busca acercarle elementos de apoyo que le muestren qué **competencias** va a desarrollar, cómo hacerlo y la forma en que se le evaluará. Es decir, mediante la guía pedagógica el alumno podrá **autogestionar su aprendizaje** a través del uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieran y adopten a nuevas situaciones y contextos e ir dando seguimiento a sus avances a través de una autoevaluación constante, como base para mejorar en el logro y desarrollo de las competencias indispensables para un crecimiento académico y personal.

2. Datos de Identificación de la Norma

Título:	
Unidad (es) de competencia laboral: **1.**	
Código:	**Nivel de competencia:**

3. Generalidades Pedagógicas

Con el propósito de difundir los criterios a considerar en la instrumentación de la presente guía entre los docentes y personal académico de planteles y Colegios Estatales, se describen **algunas consideraciones** respecto al desarrollo e intención de las competencias expresadas en los módulos correspondientes a la formación básica, propedéutica y profesional.

Los principios asociados a la **concepción constructivista del aprendizaje** mantienen una estrecha relación con los de la **educación basada en competencias**, la cual se ha concebido en el Colegio como el enfoque idóneo para orientar la formación ocupacional de los futuros profesionales técnicos y profesionales técnicos bachiller. Este enfoque constituye una de las opciones más viables para lograr la vinculación entre la educación y el sector productivo de bienes y servicios.

En los programas de estudio se proponen una serie de contenidos que se considera conveniente abordar para obtener los **Resultados de Aprendizaje establecidos**; sin embargo, se busca que este planteamiento le dé al prestador de servicios profesionales la posibilidad de **desarrollarlos con mayor libertad y creatividad**.

En este sentido, se debe considerar que el papel que juegan el alumno y el prestador de servicios profesionales en el marco del Modelo Académico de Calidad para la Competitividad tenga, entre otras, las siguientes características:

El alumno:	El prestador de servicios profesionales:
❖ Mejora su capacidad para resolver problemas. ❖ Aprende a trabajar en grupo y comunica sus ideas. ❖ Aprende a buscar información y a procesarla. ❖ Construye su conocimiento. ❖ Adopta una posición crítica y autónoma. ❖ Realiza los procesos de autoevaluación y coevaluación.	❖ Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional ❖ Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo ❖ Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios ❖ Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes ❖ Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional

En esta etapa se requiere una mejor y mayor organización académica que apoye en forma relativa la actividad del alumno, que en este caso es mucho mayor que la del PSP; lo que no quiere decir que su labor sea menos importante. **El PSP en lugar de transmitir vertical y unidireccionalmente los conocimientos, es un mediador del aprendizaje**, ya que:

- Planea y diseña experiencias y actividades necesarias para la adquisición de las competencias previstas. Asimismo, define los ambientes de aprendizaje, espacios y recursos adecuados para su logro.
- Proporciona oportunidades de aprendizaje a los estudiantes apoyándose en metodologías y estrategias didácticas pertinentes a los Resultados de Aprendizaje.
- Ayuda también al alumno a asumir un rol más comprometido con su propio proceso, invitándole a tomar decisiones.
- Facilita el aprender a pensar, fomentando un nivel más profundo de conocimiento.
- Ayuda en la creación y desarrollo de grupos colaborativos entre los alumnos.
- Guía permanentemente a los alumnos.
- Motiva al alumno a poner en práctica sus ideas, animándole en sus exploraciones y proyectos.

Considerando la importancia de que el PSP planee y despliegue con libertad su experiencia y creatividad para el desarrollo de las competencias consideradas en los programas de estudio y especificadas en los Resultados de Aprendizaje, en las competencias de las Unidades de Aprendizaje, así como en la competencia del módulo; **podrá proponer y utilizar todas las estrategias didácticas que considere necesarias** para el logro de estos fines educativos, con la recomendación de que fomente, preferentemente, las estrategias y técnicas didácticas que se describen en este apartado.

Al respecto, entenderemos como estrategias didácticas los planes y actividades orientados a un desempeño exitoso de los resultados de aprendizaje, que incluyen estrategias de enseñanza, estrategias de aprendizaje, métodos y técnicas didácticas, así como, acciones paralelas o alternativas que el PSP y los alumnos realizarán para obtener y verificar el logro de la competencia; bajo este tenor, **la autoevaluación debe ser considerada también como una estrategia por excelencia para educar al alumno en la responsabilidad y para que aprenda a valorar, criticar y reflexionar sobre el proceso de enseñanza y su aprendizaje individual**.

Es así como la selección de estas estrategias debe orientarse hacia un enfoque constructivista del conocimiento y estar dirigidas a que **los alumnos observen y estudien su entorno**, con el fin de generar nuevos conocimientos en contextos reales y el desarrollo de las capacidades reflexivas y críticas de los alumnos.

Desde esta perspectiva, a continuación se describen brevemente los tipos de aprendizaje que guiarán el diseño de las estrategias y las técnicas que deberán emplearse para el desarrollo de las mismas:

TIPOS APRENDIZAJES.

Significativo

Se fundamenta en una concepción constructivista del aprendizaje, la cual se nutre de diversas concepciones asociadas al cognoscitivismo, como la teoría psicogenética de Jean Piaget, el enfoque sociocultural de Vygotsky y la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

Dicha concepción sostiene que el ser humano tiene la disposición de **aprender verdaderamente sólo aquello a lo que le encuentra sentido** en virtud de que está vinculado con su entorno o con sus conocimientos previos. Con respecto al comportamiento del alumno, se espera que sean capaces de desarrollar aprendizajes significativos, en una amplia gama de situaciones y circunstancias, lo cual equivale a **"aprender a aprender"**, ya que de ello depende la construcción del conocimiento.

Colaborativo.

El aprendizaje colaborativo puede definirse como el conjunto de métodos de instrucción o entrenamiento para uso en grupos, así como de estrategias para propiciar el desarrollo de habilidades mixtas (aprendizaje y desarrollo personal y social). En el aprendizaje colaborativo **cada miembro del grupo es responsable de su propio aprendizaje, así como del de los restantes miembros del grupo** (Johnson, 1993.)

Más que una técnica, el aprendizaje colaborativo es considerado una filosofía de interacción y una forma personal de trabajo, que implica el manejo de aspectos tales como el **respeto a las contribuciones y capacidades individuales de los miembros del grupo** (Maldonado Pérez, 2007). Lo que lo distingue de otro tipo de situaciones grupales, es el desarrollo de la interdependencia positiva entre los alumnos, es decir, de una toma de conciencia de que **sólo es posible lograr las metas individuales de aprendizaje si los demás compañeros del grupo también logran las suyas**.

El aprendizaje colaborativo surge a través de transacciones entre los alumnos, o entre el docente y los alumnos, en un proceso en el cual cambia la responsabilidad del aprendizaje, del docente como experto, al alumno, y asume que el docente es también un sujeto que aprende. Lo más importante en la formación de grupos de trabajo colaborativo es vigilar que los elementos básicos estén claramente estructurados en cada sesión de trabajo. Sólo de esta manera se puede lograr que se produzca, tanto el esfuerzo colaborativo en el grupo, como una estrecha relación entre la colaboración y los resultados (Johnson & F. Johnson, 1997).

Los elementos básicos que deben estar presentes en los grupos de trabajo colaborativo para que éste sea efectivo son:

- la interdependencia positiva.
- la responsabilidad individual.
- la interacción promotora.

- el uso apropiado de destrezas sociales.
- el procesamiento del grupo.

Asimismo, el trabajo colaborativo se caracteriza principalmente por lo siguiente:

- Se desarrolla mediante **acciones de cooperación, responsabilidad, respeto y comunicación**, en forma sistemática, entre los integrantes del grupo y subgrupos.
- Va **más allá que sólo el simple trabajo en equipo** por parte de los alumnos. Básicamente se puede orientar a que los alumnos intercambien información y trabajen en tareas hasta que todos sus miembros las han entendido y terminado, aprendiendo a través de la colaboración.
- Se distingue por el desarrollo de una **interdependencia positiva entre los alumnos**, en donde se tome conciencia de que sólo es posible lograr las metas individuales de aprendizaje si los demás compañeros del grupo también logran las suyas.
- Aunque en esencia esta estrategia promueve la actividad en pequeños grupos de trabajo, se debe cuidar en el planteamiento de las actividades que **cada integrante obtenga una evidencia personal para poder integrarla a su portafolio de evidencias**.

Aprendizaje Basado en Problemas.

Consiste en la presentación de **situaciones reales o simuladas** que requieren la aplicación del conocimiento, en las cuales el **alumno debe analizar la situación y elegir o construir una o varias alternativas para su solución** (Díaz Barriga Arceo, 2003). Es importante aplicar esta estrategia ya que **las competencias se adquieren en el proceso de solución de problemas** y en este sentido, el alumno aprende a solucionarlos cuando se enfrenta a problemas de su vida cotidiana, a problemas vinculados con sus vivencias dentro del Colegio o con la profesión. Asimismo, el alumno se apropia de los conocimientos, habilidades y normas de comportamiento que le permiten la aplicación creativa a nuevas situaciones sociales, profesionales o de aprendizaje, por lo que:

- Se puede trabajar en forma individual o de grupos pequeños de alumnos que se reúnen a analizar y a resolver un problema seleccionado o diseñado especialmente para el logro de ciertos resultados de aprendizaje.
- Se debe presentar primero el problema, se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se regresa al problema con una solución o se identifican problemas nuevos y se repite el ciclo.
- Los problemas deben estar diseñados para motivar la búsqueda independiente de la información a través de todos los medios disponibles para el alumno y además generar discusión o controversia en el grupo.
- El mismo diseño del problema debe estimular que los alumnos utilicen los aprendizajes previamente adquiridos.
- El diseño del problema debe comprometer el interés de los alumnos para examinar de manera profunda los conceptos y objetivos que se quieren aprender.

- El problema debe estar en relación con los objetivos del programa de estudio y con problemas o situaciones de la vida diaria para que los alumnos encuentren mayor sentido en el trabajo que realizan.
- Los problemas deben llevar a los alumnos a tomar decisiones o hacer juicios basados en hechos, información lógica y fundamentada, y obligarlos a justificar sus decisiones y razonamientos.
- Se debe centrar en el alumno y no en el PSP.

TÉCNICAS

Método de proyectos.

Es una técnica didáctica que incluye actividades que pueden requerir que los alumnos **investiguen, construyan y analicen información** que coincida con los objetivos específicos de una tarea determinada en la que se **organizan actividades desde una perspectiva experiencial**, donde el alumno aprende a través de la práctica personal, activa y directa con el propósito de aclarar, reforzar y construir aprendizajes (Intel Educación).

Para definir proyectos efectivos se debe considerar principalmente que:

- Los alumnos son el centro del proceso de aprendizaje.
- Los proyectos se enfocan en resultados de aprendizaje acordes con los programas de estudio.
- Las preguntas orientadoras conducen la ejecución de los proyectos.
- Los proyectos involucran múltiples tipos de evaluaciones continuas.
- El proyecto tiene conexiones con el mundo real.
- Los alumnos demuestran conocimiento a través de un producto o desempeño.
- La tecnología apoya y mejora el aprendizaje de los alumnos.
- Las destrezas de pensamiento son integrales al proyecto.

Para el presente módulo se hacen las siguientes recomendaciones:

- Integrar varios módulos mediante el método de proyectos, lo cual es ideal para desarrollar un trabajo colaborativo.
- En el planteamiento del proyecto, cuidar los siguientes aspectos:
    - ✓ Establecer el alcance y la complejidad.

- ✓ Determinar las metas.
- ✓ Definir la duración.
- ✓ Determinar los recursos y apoyos.
- ✓ Establecer preguntas guía. Las preguntas guía conducen a los alumnos hacia el logro de los objetivos del proyecto. La cantidad de preguntas guía es proporcional a la complejidad del proyecto.
- ✓ Calendarizar y organizar las actividades y productos preeliminares y definitivos necesarias para dar cumplimiento al proyecto.

- Las actividades deben ayudar a responsabilizar a los alumnos de su propio aprendizaje y a **aplicar competencias adquiridas** en el salón de clase **en proyectos reales**, cuyo planteamiento se basa en un problema real e **involucra distintas áreas**.
- El proyecto debe implicar que los alumnos **participen en un proceso de investigación**, en el que **utilicen diferentes estrategias de estudio**; puedan participar en el proceso de planificación del propio aprendizaje y les ayude a ser flexibles, reconocer al "otro" y comprender su propio entorno personal y cultural. Así entonces se debe favorecer el desarrollo de **estrategias de indagación, interpretación y presentación del proceso seguido**.
- De acuerdo a algunos teóricos, mediante el método de proyectos los alumnos buscan soluciones a problemas no convencionales, cuando llevan a la práctica el hacer y depurar preguntas, debatir ideas, hacer predicciones, diseñar planes y/o experimentos, recolectar y analizar datos, establecer conclusiones, comunicar sus ideas y descubrimientos a otros, hacer nuevas preguntas, crear artefactos o propuestas muy concretas de orden social, científico, ambiental, etc.
- En la gran mayoría de los casos los proyectos se llevan a cabo **fuera del salón de clase** y, dependiendo de la orientación del proyecto, en muchos de los casos pueden **interactuar con sus comunidades** o permitirle un **contacto directo con las fuentes de información** necesarias para el planteamiento de su trabajo. Estas experiencias en las que se ven involucrados hacen que aprendan a manejar y usar los recursos de los que disponen como el tiempo y los materiales.
- Como medio de evaluación se recomienda que todos los proyectos tengan **una o más presentaciones del avance para evaluar resultados** relacionados con el proyecto.
- Para conocer acerca del progreso de un proyecto se puede:
    - ✓ Pedir reportes del progreso.
    - ✓ Presentaciones de avance,
    - ✓ Monitorear el trabajo individual o en grupos.
    - ✓ Solicitar una bitácora en relación con cada proyecto.
    - ✓ Calendarizar sesiones semanales de reflexión sobre avances en función de la revisión del plan de proyecto.

Estudio de casos.

El estudio de casos es una técnica de enseñanza en la que los alumnos **aprenden sobre la base de experiencias y situaciones de la vida real**, y se permiten así, construir su propio aprendizaje en un contexto que los aproxima a su entorno. Esta técnica se basa en la participación activa y en procesos colaborativos y democráticos de discusión de la situación reflejada en el caso, por lo que:

- Se deben representar situaciones problemáticas diversas de la vida para que se estudien y analicen.
- Se pretende que los alumnos generen soluciones validas para los posibles problemas de carácter complejo que se presenten en la realidad futura.
- Se deben proponer datos concretos para reflexionar, analizar y discutir en grupo y encontrar posibles alternativas para la solución del problema planteado. Guiar al alumno en la generación de alternativas de solución, le permite desarrollar la habilidad creativa, la capacidad de innovación y representa un recurso para conectar la teoría a la práctica real.
- Debe permitir reflexionar y contrastar las propias conclusiones con las de otros, aceptarlas y expresar sugerencias.

El estudio de casos es pertinente usarlo cuando se pretende:

- Analizar un problema.
- Determinar un método de análisis.
- Adquirir agilidad en determinar alternativas o cursos de acción.
- Tomar decisiones.

Algunos teóricos plantean las siguientes fases para el estudio de un caso:

- **Fase preliminar:** Presentación del caso a los participantes
- **Fase de eclosión:** "Explosión" de opiniones, impresiones, juicios, posibles alternativas, etc., por parte de los participantes.
- **Fase de análisis:** En esta fase es preciso llegar hasta la determinación de aquellos hechos que son significativos. Se concluye esta fase cuando se ha conseguido una síntesis aceptada por todos los miembros del grupo.
- **Fase de conceptualización:** Es la formulación de conceptos o de principios concretos de acción, aplicables en el caso actual y que permiten ser utilizados o transferidos en una situación parecida.

Interrogación.

Consiste en llevar a los alumnos a la **discusión y al análisis de situaciones o información**, con base en preguntas planteadas y fórmuladas por el PSP o por los mismos alumnos, con el fin de explorar las capacidades del pensamiento al activar sus procesos cognitivos; se recomienda **integrar esta técnica de manera sistemática y continua** a las anteriormente descritas y al abordar cualquier tema del programa de estudio.

Participativo-vivenciales.

Son un conjunto de elementos didácticos, sobre todo los que exigen un grado considerable de **involucramiento y participación de todos los miembros del grupo** y que sólo tienen como límite el grado de imaginación y creatividad del facilitador.

Los ejercicios vivenciales son una alternativa para llevar a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje, no sólo porque facilitan la transmisión de conocimientos, sino porque además permiten **identificar y fomentar aspectos de liderazgo, motivación, interacción y comunicación del grupo**, etc., los cuales son de vital importancia para la organización, desarrollo y control de un grupo de aprendizaje.

Los ejercicios vivenciales resultan ser una situación planeada y estructurada de tal manera que representan una experiencia muy atractiva, divertida y hasta emocionante. El juego significa apartarse, salirse de lo rutinario y monótono, para asumir un papel o personaje a través del cual el individuo pueda manifestar lo que verdaderamente es o quisiera ser sin temor a la crítica, al rechazo o al ridículo.

El desarrollo de estas experiencias se encuentra determinado por los conocimientos, habilidades y actitudes que el grupo requiera revisar o analizar y por sus propias vivencias y necesidades personales.

4. Enfoque del Módulo

Manejo de datos y azar es un módulo cuya organización curricular se encuentra dividida en cuatro unidades programáticas que se enfocan a la adquisición de competencias necesarias para llevar a cabo el cálculo de derivadas de funciones, la interpretación de información, cálculo de eventos aleatorios y determinación de parámetros de una población. En la primera unidad se calculan límites de funciones algebraicas a partir de la aplicación de leyes y métodos algebraicos, seguido del cálculo de derivadas aplicando fórmulas e interpretando como la pendiente de la tangente a una curva. En la segunda se agrupa conjunto de datos numéricos a partir de la distribución de frecuencias para su interpretación, y se calcula las medidas de tendencia central y dispersión de un conjunto de datos, para establecer los valores representativos y de variación en una población; la tercera unidad, como su nombre lo indica, se aboca al uso del cálculo de la probabilidad de eventos aplicando las técnicas de conteo y fórmulas relacionadas, para determinar el número de resultados posibles en un experimento aleatorio y se determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad; en la cuarta unidad se calcula la estimación puntual y por intervalos para determinar la confiabilidad y exactitud de los resultados de las constantes típicas que la caracterizan y se realizaran pruebas de una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma .

Con la finalidad de lograr la adquisición de las competencias de este módulo, los tipos de aprendizaje a través de los cuales se abordará su contenido son tanto de carácter cognitivo, ya que es imprescindible para la formación del alumno el conocimiento e interpretación de los conceptos asociados con la probabilidad y la estadística, ejemplo cuando se abordan contenidos relacionados con la descripción de la estadística descriptiva y la determinación de las medidas de tendencia central; y actitudinal cuando se fomenta y desarrolla en el alumno un conjunto de criterios éticos enfocados a la adquisición de habilidades y actitudes de honestidad e integridad profesional necesarias para desempeñarse en su ámbito laboral.

Desde una óptica amplia, este módulo pretende promover la comprensión reflexiva e interpretación, más que el mero conocimiento o aplicación memorística de datos, denominaciones y procedimientos de la probabilidad y estadística, lo cual llevará, a su vez al estudiante, a la adquisición de habilidades y destrezas necesarias para la resolución de problemas en los diferentes campos de aplicación. Por otra parte, se pretende también desarrollar instrumentos que logren el aprendizaje de manejar conjunto de datos y observaciones para realizar inferencias, que pueden ser predicciones o decisiones acerca de la población de donde provienen dichos datos, sobre la base de la información de dicha muestra y las técnicas cuantitativas útiles para el manejo de datos, basándose en relaciones de confianza e integridad profesional que deberán fomentarse por el PSP a través del desarrollo de diversas estrategias didácticas como las que se presentan en esta guía.

El enfoque del módulo de **Manejo de datos y azar** torna necesaria, para el desarrollo de lo que se menciona en el párrafo anterior, la sugerencia de que el PSP considere como punto de partida lo que el alumno ya conoce o ha experimentado sobre la materia, considerando que la probabilidad y la estadística difícilmente dejan fuera a alguien en esta sociedad moderna y globalizada a la que pertenecemos, y recurra a dichos conocimientos previos, a fin de que motiven a su alumno a adquirir nuevas nociones y experiencias que integre de forma significativa a las estructuras que ya posee, ya sea a través de lo que él mismo descubra o infiera, o a través del análisis y reconstrucción de los planteamientos docentes. En lo que se refiere al aprendizaje de procedimientos, este implica la consecución del propósito del módulo a través de acciones secuenciadas que lleven gradualmente al alumno al desarrollo de sus actividades, primeramente académicas y posteriormente profesionales, de manera segura, consciente y responsable.

Es importante subrayar asimismo que, además de los aprendizajes cognitivo y procedimental también conocidos como “saber saber” y “saber hacer” respectivamente, el PSP deberá fortalecer el aprendizaje actitudinal el denominado “saber ser”. Para ello se le sugiere estar permanentemente consciente del desarrollo explícito de competencias transversales como son las cívicas y éticas, a través de la enseñanza de valores y actitudes que fomenten el ejercicio honesto de la profesión; científicas que desarrollen una actitud de búsqueda de nuevas soluciones a viejos y nuevos problemas a partir de la observación sistemática y objetiva del entorno; matemáticas a través del constante empleo del pensamiento lógico; tecnológicas que lo lleven al desempeño eficiente, autónomo y flexible de las herramientas informáticas existentes para el desarrollo de la probabilidad y estadística.

Resulta necesario resaltar, ya para concluir la explicación sobre el enfoque se está dando a este módulo de **Manejo de datos y azar**, la importancia que tiene el fomento de la atención personalizada por parte del PSP hacia cada uno de sus alumnos con miras a optimizar sus procesos individuales de aprendizaje, y a potencializar sus capacidades críticas y creativas al ritmo y posibilidades de cada persona; tanto como el desarrollo de aquellas modalidades grupales cooperativas o colaborativas basadas en la creación de relaciones de sinergia y cohesión grupal que se fundan, a su vez, en el intercambio de información y en el logro de procesos de relación interpersonal y de comunicación que aporten mejoras a los interlocutores que intervienen en ellos.

5. Orientaciones didácticas y estrategias de aprendizaje por unidad

Unidad I	**Calculo de derivadas de funciones**
Orientaciones Didácticas	

Esta primera unidad correspondiente al cálculo de derivadas de funciones está orientada al cálculo de límites, utilizando las leyes de los mismos y métodos algebraicos para su obtención. De manera que los límites de funciones sustenta las diversas ramas del cálculo, utilizándose de manera específica para hallar tangentes y velocidades, que es la idea central de esta unidad. Ello se realiza con el fin de que el alumno esté en posibilidades de Interpreta geométricamente la derivada de una función, aplicando las reglas y fórmulas para su obtención. El desarrollo de esta unidad proporcionará al alumno elementos básicos que le permitan tener continuidad de cursos anteriores y desarrollar a fondo en temas avanzados, actividades en cursos subsecuentes y, por eso se propone que el PSP lleve a cabo lo siguiente:

- Precisar los contenidos y propósitos de esta unidad renovando la motivación con que cuenta el alumno para realizarlos en conjunto con los de todo el módulo.
- Analiza con sus alumnos, las implicaciones y alcances del programa del módulo, a través de las técnicas de dinámica grupal de encuadre, con el fin de precisar aquellas formas de trabajar, responsabilidades y compromisos de los integrantes del grupo que dirijan al logro tanto del propósito del módulo, como de los objetivos generales de la carrera.
- Organizar sistemáticamente la información que se ha de manejar y procesar para su aprendizaje. Efectuando explícitamente la vinculación de esta unidad tanto con la que la precede en cursos anteriores, como con la que la sigue a fin de que el alumno valore su importancia académica y curricular.
- Promover la elaboración de ejercicios relacionados con el manejo del cálculo de límites de funciones aplicando teoremas y métodos algebraicos para su solución en problemas diversos en diferentes campos de la ciencia, con el desarrollo general de los contenidos de la unidad, tanto de forma individual como en grupo, favoreciendo su análisis, co-evaluación y retroalimentación grupal en ambos casos.
- Subraya la importancia que tiene la presencia del alumno en cada clase, su participación para el enriquecimiento del aprendizaje de todo el grupo y la asignación de tareas y actividades intra y extramuros, con el fin de incentivar en él su cumplimiento voluntario y oportuno. Fortalece la reflexión y el razonamiento como elementos precedentes a la aplicación de cualquier fórmula del cálculo de límites y derivadas de funciones algebraicas.
- Promueve una dinámica grupal colaborativa y cooperativa a través de la realización de las técnicas didácticas y de aprendizaje correspondientes, durante el transcurso de cada sesión para favorecer un clima que fomente el intercambio constructivo de ideas

- Facilita el proceso de homogeneización de las capacidades lógico-matemáticas del grupo con la finalidad de que sus alumnos logren identificar las propiedades generales en el cálculo de límites y la interpretación geométrica de las derivadas de funciones para el desarrollo de esta unidad.
- Efectúa el cierre de ciclos de aprendizaje no solamente al concluir cada tema o subtema, sino de cada sesión de clase, con la finalidad de lograr un proceso lógico de enseñanza-aprendizaje, en el que el alumno pueda apreciar tanto sus logros cotidianos y la importancia de su esfuerzo y constancia, como la importancia de la afirmación de sus capacidades para dar paso a la adquisición de nuevas competencias.
- El segundo resultado de aprendizaje está directamente relacionado con el anterior, ya que en este se Interpreta geométricamente la derivada de una función aplicando las reglas y fórmulas para su obtención, por lo que resulta indispensable fortalecer en el alumno los métodos y técnicas para el cálculo de derivadas de suma, diferencia, multiplicación, cociente y potencias de funciones algebraicas.
- Este resultado de aprendizaje, se encuentra estrechamente vinculado con el anterior, y para lograrlo se sugiere que el PSP recupere los conceptos construidos conjuntamente con sus alumnos en lo que se refiere al cálculo de límites de funciones, de forma tal que plantee a sus alumnos problemas relacionados con las derivadas de funciones, recurriendo a ejercicios que se integran en esta guía pedagógica y de evaluación.
- Un importante auxiliar para el logro de aprendizajes significativos en este sentido es transferir el mero concepto construido a sus aplicaciones prácticas en el entorno, presente en la comunidad del alumno, es decir, fomentar la observación de las variación de una recta secante, hacia una recta tangente a la gráfica de una función y la forma de cómo puede determinarse utilizando el concepto de derivada.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Realizar una investigación en internet de las áreas de estudio del cálculo diferencial y sus aplicaciones en el mundo actual. • Realizar una investigación bibliográfica o en Internet acerca del concepto del límite de una función algebraica. • Realizar una investigación bibliográfica acerca de la definición de límite de una función algebraica, exponiendo las definiciones ante el grupo • Investigar y elaborar un listado en equipo y presentarlo ante sus compañeros de los teoremas para el cálculo de límites de funciones. • Resolver los ejercicios de límites de funciones tanto en el cuaderno como en el pizarrón propuestos por el PSP. • Resolver en equipo ejercicios de límites de funciones algebraicas, aplicando los teoremas para una suma, una diferencia, un producto, un cociente, una potencia y un radical. • Resolver en equipo ejercicios de límites de funciones algebraicas, aplicando los teoremas y métodos algebraicos para su solución. • Representar gráficamente los límites de funciones en un sistema de ejes coordenado en	• Purcell, Edwin J., Varberg, Dale, Rigdon, Steven E. Cálculo diferencial e integral. México, Editorial Pearson Educación, 2007 • http://usuarios.lycos.es/juanbeltran/id20.htm • http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Limites_de_funciones/index.htm • http://www.dervor.com/ • http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/CALCULODIFERENCIAL/curso-elsie/derivadafuncion/html/node11.html

forma cartesiana. • Resolver problemas del cálculo de límites de funciones a partir de los teoremas • Resolver en equipo problemas de límites de funciones algebraicas, aplicando los teoremas y métodos algebraicos para su solución. • Representar gráficamente la derivada de una funcionen sistema de ejes coordenado en forma cartesiana. • Visualizar la razón de cambio como la pendiente de una curva de la gráfica de una función. • Interpretar a la derivada como la pendiente de la curva y la pendiente de la tangente en un punto. • Explicar el concepto de derivada de una función, mediante la determinación de la derivada de algunas funciones y aplicando los conceptos de la misma en la solución de problemas de diversas áreas del conocimiento. • Realizar una investigación bibliográfica y escribir en un cuadro la definición de la razón instantánea de cambio, exponiendo ante el grupo. • Evaluar la razón instantánea de cambio a partir de una tabla de valores. • Escribir en un cuadro la regla de los cuatro pasos para encontrar la derivada. • Realizar ejercicios de determinación de la derivada usando la regla de los cuatro pasos. • Construir gráficas para la solución de problemas de derivadas de funciones algebraicas • Realizar ejercicios para determinar las derivadas usando fórmulas de derivación, propuestos por el PSP. • Interpretar la derivada en términos de las variables que intervienen en problemas. • Realizará derivadas usando calculadora o programas de cómputo como Mathematica. • Realizar ejercicios usando las fórmulas de derivación, para una suma, una diferencia, un producto, un cociente y una potencia de funciones algebraicas. • Realizar ejercicios de derivación de funciones usando la regla de la cadena para su solución. • Realizará ejercicios para determinar la recta tangente a la función en un punto dado. • Resolver problemas de derivadas de funciones algebraicas usando las fórmula de derivación. • Resolver problemas de derivación de funciones utilizando la regla de la cadena • Resolver problemas para el cálculo de la pendiente de la recta tangente en un punto dado a la gráfica de una función algebraica. • **Realizar la actividad de evaluación 1.1.1 sobre el cálculo de límites de funciones algebraicas.** • **Realizar la actividad de evaluación 1.2.1 sobre el cálculo de derivadas de funciones algebraicas.**	

Unidad II	**Interpretación de la información**
Orientaciones Didácticas	

La unidad correspondiente a la interpretación de la información está orientada a la identificación de los elementos básicos de la estadística descriptiva, agrupando conjuntos de datos numéricos de una población que la caractericen, a partir de su distribución de frecuencias, susceptibles de presentarse dentro de un entrono específico, dentro de un panorama concreto. Ello se realiza con el fin de que el alumno esté en posibilidades de calcular las medidas de tendencia central y dispersión del conjunto de datos, para establecer los valores representativos y de variación en una población. El desarrollo de esta unidad proporcionará al alumno elementos básicos que le permitirán desarrollar las actividades previstas en las unidades subsecuentes, por eso se propone que el PSP lleve a cabo lo siguiente:

- Analiza con sus alumnos, las implicaciones y alcances del programa del módulo, a través de las técnicas de dinámica grupal de encuadre, con el fin de precisar aquellas formas de trabajar, responsabilidades y compromisos de los integrantes del grupo que dirijan al logro tanto del propósito del módulo, como de los objetivos generales de la carrera.
- Caracteriza la información como muestra, población, datos, variable estadística, precisando su utilidad, identificando la importancia de sus aportaciones para el análisis de la estadística descriptiva en una población, dentro de una sociedad globalizada y cada vez más competitiva.
- Promueve una dinámica grupal colaborativa y cooperativa a través de la realización de las técnicas didácticas y de aprendizaje correspondientes, durante el transcurso de cada sesión para favorecer un clima que fomente el intercambio constructivo de ideas.
- Facilita el proceso de homogeneización de las capacidades lógico-matemáticas del grupo con la finalidad de que sus alumnos logren identificar las propiedades generales de la estadística descriptiva y las medidas de tendencia central y de dispersión necesarios para el desarrollo de esta unidad.
- Fomenta el empleo del pensamiento lógico y espacial para representar modelos y construcciones que permitan identificar y comprender el comportamiento de una población a partir de una muestra en la vida cotidiana de la comunidad.
- Subraya la importancia que tiene la presencia del alumno en cada clase, su participación para el enriquecimiento del aprendizaje de todo el grupo y la asignación de tareas y actividades intra y extramuros, con el fin de incentivar en él su cumplimiento voluntario y oportuno. Fortalece la reflexión y el razonamiento como elementos precedentes a la aplicación de cualquier fórmula de la estadística descriptiva, gráficación de datos y cálculo de medidas de tendencia central y de dispersión.
- Efectúa el cierre de ciclos de aprendizaje no solamente al concluir cada tema o subtema, sino de cada sesión de clase, con la finalidad de lograr un proceso lógico de enseñanza-aprendizaje, en el que el alumno pueda apreciar tanto sus logros cotidianos y la importancia de su esfuerzo y constancia, como la importancia de la afirmación de sus capacidades para dar paso a la adquisición de nuevas competencias.
- Se recomienda abordar el primer resultado de aprendizaje a través de la revisión del concepto de la estadística descriptiva dentro de un entorno específico, para ello se sugiere que el PSP desarrolle conjuntamente con el alumno actividades constantes que le permitan resolver problemas y fomentar en él el empleo del pensamiento lógico más que la adquisición memorística de fórmulas de la estadística descriptiva aplicables.

- Para lograr el segundo resultado de aprendizaje relacionado con el cálculo de las medidas de tendencia central y dispersión, se sugiere al PSP retomar y fortalecer las competencias transversales mencionadas para el caso del resultado de aprendizaje anterior, en el sentido de facilitar que sus alumnos empleen el pensamiento lógico para determinar las características que tipifican a una población y comprender la importancia , con la finalidad de explotarlo de manera más eficaz aplicándolo en función de los requerimientos propios y del usuario potencial de sus servicios profesionales.
- Este resultado de aprendizaje, se encuentra estrechamente vinculado con el anterior, y para lograrlo se sugiere que el PSP recupere los conceptos construidos conjuntamente con sus alumnos en lo que se refiere a la estadística descriptiva en una población
- Un importante auxiliar para el logro de aprendizajes significativos en este sentido es transferir el mero concepto construido a sus aplicaciones prácticas en el entorno, presente en la comunidad del alumno, es decir, fomentar la observación del comportamiento de las muestras aleatorias en una población y la forma como pueden medirse, como se puede acceder a ellos.
- Se sugiere al PSP en relación con el logro de este segundo resultado de aprendizaje, que proceda mediante la secuencia presentación demostración- problematización, de forma tal que plantee a sus alumnos problemas relacionados con las medidas de tendencia central y dispersión y plantear herramientas tendientes a su control y manejo recurriendo a ejercicios y prácticas como los que se integran en esta guía pedagógica y de evaluación.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Investigar en bibliografía y elaborar una síntesis del campo de estudio de la estadística descriptiva y su importancia en la vida actual. • Investigar en bibliografía y en páginas del Internet acerca del la definición de: población, tipos de población, muestra, muestra aleatoria para explicar ante el grupo la relación entre ambas. • Elaborar un mapa conceptual en el que identifique los términos: Tamaño de la muestra, muestreo aleatorio, variable estadística, datos, experimento y parámetros de decisión. • Exponer a través de ejemplos, las definiciones de los diferentes tipos de datos estadísticos. • Construir la tabla de frecuencias absolutas, frecuencias relativas, absolutas acumuladas y relativas acumuladas, y presentar esta información gráficamente a través de histogramas, polígonos de frecuencias y ojivas para reconocer formas de distribuciones a partir de un conjunto de datos. • Construir el histograma, el polígono de frecuencias absolutas y los polígonos de frecuencias acumuladas relativas (ojivas) para un conjunto de datos. • Elaborar histogramas, ojivas de frecuencias y gráficas circulares de diferentes series de datos usando un programa de hoja de cálculo. • Realizar una gráfica de tallos y hojas, a partir de una lista de datos numéricos,.. • Calcular, a partir de un conjunto de datos no agrupados, la media aritmética, la mediana,	• Software Office 2000 o superior. • Wealpole, M. Probabilidad y Estadística para Ingeniería Octava edición, México, Prontica- hall hispanoamericana, 2007. • Velasco Sotomayor, Gabriel. Estadística con Excel. Primera edición, México, Trillas, 2005. • http://www.vitutor.net/2/11/distribucion_frecuencias.html • http://uptprobest.files.wordpress.com/2008/02/act-04-medidas-tendencia-central.pdf • http://www.hiru.com/es/matematika/matematika_06000.html • http://colposfesz.galeon.com/est501/distfrec/meddisp/meddisp.htm • http://www.matematicastyt.cl/Estadistica/Paginas/medidas_de_dispersion.htm • http://www.profesorenlinea.cl/swf/links/frame_top.php?dest=http%3A//www.profesorenlinea.cl/matematica/EstadisticaMediaMedianaModa.htm

la moda, la varianza y la desviación estándar. • Resolver ejercicios donde determine la media aritmética, la mediana, la moda, la varianza y la desviación estándar de un conjunto de datos agrupados y no agrupados. • Interpretar los valores obtenidos de la media, mediana, moda, el coeficiente de variación, cuartiles, deciles y percentiles, en el contexto del problema analizado. • Resolver problemas asociados a una competencia laboral de su carrera donde calcule la media, la mediana, la moda cuartiles, deciles y percentiles. • Resolver problemas asociados a una competencia laboral de su carrera donde calcule la amplitud, la varianza y la desviación estándar. • Interpretar los valores obtenidos de la amplitud, la varianza y la desviación estándar, en el contexto del problema analizado. • **Realizar la actividad de evaluación 1.1.1 sobre distribución de frecuencias para datos no agrupados.** • **Realizar la actividad de evaluación 1.2.1 sobre el cálculo de las medidas de tendencia central y dispersión.**	

Unidad III	**Cálculo de eventos aleatorios**
Orientaciones Didácticas	

Esta Tercera unidad está orientada al cálculo de la probabilidad de eventos aplicando las técnicas de conteo y en ese sentido, se requiere que el alumno desarrolle, en un principio, aquellas competencias relacionadas con la identificación de fórmulas relacionadas, para determinar el número de resultados posibles de un experimento aleatorio, y en un segundo momento estar en posibilidades de determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad.

En virtud de que cada una de las unidades que integran al módulo se encuentran relacionadas secuencialmente, el estudio de esta unidad requiere del dominio de las competencias relacionadas con la distribución de frecuencias y las medidas de tendencia central y dispersión de un conjunto de datos que constituye, a su vez, en requisito para llevar a cabo el cálculo de probabilidad de eventos y funciones de densidad de que se trate en un problema específico, para su desarrollo se sugiere al PSP llevar a cabo lo siguiente:

- Enfatizar los objetivos del módulo precisados en la anterior unidad, de forma que se renueve el compromiso del grupo para su logro.
- Organizar sistemáticamente la información que se ha de manejar y procesar para su aprendizaje. Efectuando explícitamente la vinculación de esta unidad tanto con la que la precede, como con la que la sigue a fin de que el alumno valore su importancia académica y curricular.
- Promover la elaboración de ejercicios relacionados con el manejo del cálculo de probabilidad de eventos aplicando técnicas de conteo en problemas diversos en diferentes campos de la ciencia, con el desarrollo general de los contenidos de la unidad, tanto de forma individual como en grupo, favoreciendo su análisis, co-evaluación y retroalimentación grupal en ambos casos.
- Fomentar el desarrollo de competencias ecológicas, especialmente aquellas relacionadas con el manejo de la papelería a fin de que el alumno adquiera conciencia en la aplicación de medidas tales como utilizar ambas caras de las hojas blancas en la resolución de problemas, reciclar hojas de medio uso y en general recursos que le permitan el ahorro de energía.
- Fomentar el empleo del pensamiento lógico y espacial para representar fórmulas, modelos, construcciones gráficas y diagramas, que permitan identificar y comprender la importancia de realizar el tratamiento de las cantidades eficientemente en la vida cotidiana aplicándolas en función de los requerimientos propios y comunicando las situaciones propiciadas a las cuales se enfrenta el individuo, como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.
- Fortalecer competencias transversales relacionadas con desarrollar el uso del lenguaje matemático que permita la interpretación y expresión de criterios, conocimientos y opiniones de acuerdo con los propósitos concretos y contextos relacionados con esta unidad de cálculo de eventos aleatorios.
- Revisar conjuntamente con sus alumnos criterios de ética y justicia asociados a las competencias desarrolladas en relación con los resultados de aprendizaje de esta unidad a fin de promover en sus alumnos un criterio de equidad social que puede aplicarse en las operaciones que desarrolle profesionalmente.
- Se recomienda abordar el primer resultado de aprendizaje de esta unidad promoviendo que los alumnos identifiquen las diversas aplicaciones dentro de su comunidad en donde puedan apreciar los métodos y fórmulas aplicables a los diferentes tipos: institucional, publico, comercial, etc. en función de los procedimientos establecidos para la solución de problemas, en este sentido se recomienda al PSP abordar los contenidos recurriendo a las siguientes estrategias, materiales y técnicas:

- Iniciar de lo sencillo a lo complejo identificando los eventos aleatorios, el tamaño de la muestra, observando y ejemplificando los tipos de eventos y determinando la probabilidad de cada uno de ellos de acuerdo a su fórmula y posterior organizando a sus alumnos en equipos de trabajo para que compartan los resultados y las observaciones realizadas.
- Precisar los elementos de la población, utilizando las técnicas de conteo para su determinación, como el principio de la multiplicación, las combinaciones o permutación. recurriendo a estas alternativas para determinar el número de resultados posibles de la muestra aleatoria del planteamiento de un problema en particular. Que se consulte en la Internet y transfiriendo dichos planteamientos a casos ocurridos en la comunidad a la que pertenece el alumno.
- Interpretar los resultados obtenidos del cálculo de probabilidades de problemas en particular, promoviendo que los alumnos identifiquen las diversas aplicaciones dentro de su comunidad, y de ser posible recopilar información correspondiente a casos que se calcule la probabilidad de eventos determinando el número de éxitos o fracasos de ese experimento aleatorio.

- El segundo resultado de aprendizaje está directamente relacionado con el anterior, ya que en este se determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad, por lo que resulta indispensable fortalecer en el alumno la idea de distintos modelos aplicables de distribuciones de probabilidad como: Bernoulli, la binomial, poisson y la normal.
- Se combinan los métodos de estadística descriptiva y los de probabilidad para formar un modelo teórico de comportamiento, se recopilan los datos muéstrales, los cuales se pueden describir con gráficas, medidas de tendencia central y de variación y calcular la probabilidad de cada resultado. Se presenta una distribución de probabilidades que sirve como modelo para una distribución de frecuencias poblacional teóricamente perfecta. Con tal conocimiento de los resultados se podrá calcular sus características importantes, tales como la media y la desviación estándar. Algunos ejemplos típicos, además de los ya mencionados, que el PSP puede generar a partir de la situación de sus alumnos son:
  - Interpretación del problema o experimento.
  - Cálculo del estadístico y gráficación.
  - Recopilación de datos muéstrales.
  - Calcular las probabilidades de los resultados.
  - Crear un modelo teórico que describa la forma en que se espera se comporte el experimento, después de obtener sus parámetros.

A partir de ello el PSP puede pedir que sus alumnos identifiquen individualmente y organizados en equipos como se manejan estos aspectos del cálculo de eventos aleatorios.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Investigar en bibliografía la definición completa del término “probabilidad” y describir algunas de sus aplicaciones en el desempeño de tu actividad profesional. • Realizar un cuadro sinóptico de los conceptos y las fórmulas de: postulados de probabilidad, reglas de la adición, probabilidad condicional, eventos independientes, reglas de multiplicación y teoremas de bayes. • Resolver ejercicios de probabilidad de eventos, usando la fórmula de definición. • Resolver problemas relacionados con fenómenos aleatorios usando técnicas probabilísticas adecuadas • Resolver problemas que involucren la probabilidad condicional de un evento	• Software Office 2000 o superior. • Wealpole, M. Probabilidad y Estadística para Ingeniería_ Octava edición, México, Prontica- hall hispanoamericana, 2007. • Gamiz Casarrubias, Beatriz E. Gamiz Casarrubias, Oscar T. Probabilidad y Estadística con Prácticas en Excel._Segunda edición, México, just in time press, S.A. de C .V., 2008. • Velasco Sotomayor, Gabriel. Estadística con Excel.

• Establecer y aplicar la ley general multiplicativa de la probabilidad para *n* eventos • Enunciar y aplicar el principio fundamental de conteo o principio multiplicativo • Utilizar diagramas de árbol para determinar el número de elementos de un evento de un espacio muestra. • Resolver problemas tipo donde elabore diagramas de árbol • Establecer y aplicar la fórmula que nos da el número total de permutaciones de un conjunto de *n* elementos tomados *r* a la vez con sustitución y sin sustitución • Establecer y aplicar la fórmula que nos da el número de combinaciones de un conjunto de *n* elementos tomando *r* a la vez • Resolver problemas que impliquen técnicas de conteo • Calcular el número de permutaciones de un problema dado a partir de su fórmula. • Resolver problemas donde calcule permutaciones a partir de su fórmula • Calcular el número de combinaciones en un problema dado a partir de su fórmula. • Resolver problemas donde calcule combinaciones a partir de su fórmula • Resolver problemas tipo donde calcule esperanzas matemáticas. • Resolverá problemas asociados a una competencia laboral donde tomará decisiones a partir del valor de la esperanza matemática. • Realizar un cuadro sinóptico de los conceptos y las fórmulas de: variables aleatorias discretas y continuas, funciones de distribución de probabilidad y construcción, fórmula de la función de distribución binomial, fórmula de la función de distribución hipergeométrica, fórmula de la función de distribución de Poisson, • Resolver problemas tipo donde construya funciones de distribución. • Definir y conocer la función de probabilidad, el valor esperado y la varianza de las variables aleatorias discretas que tienen las distribuciones Bernoulli y binomial • Resolver problemas tipo donde aplique las funciones de distribución binomial e hipergeométrica. • Resolver un problema tipo donde aplique la distribución de Poisson para determinar la media del número de rayos gamma emitidos por una sustancia radiactiva. • Resolverá un problema tipo donde aplique la distribución de Poisson para determinar la media del número de rayos gamma emitidos por una sustancia radiactiva. • Determinar medias, varianzas y desviaciones estándar con funciones de distribución binomial e hipergeométrica. • Resolver problemas tipo donde determine medias, varianzas y desviaciones estándar con funciones de distribución binomial e hipergeométrica. • Determinar las características de las densidades de probabilidad o distribuciones continuas. • Aplicar la expresión matemática de la distribución normal.	Primera edición, México, Trillas, 2005. • http://www.itch.edu.mx/academic/industrial/sabaticorita/amarillo.htm • http://www.itapizaco.edu.mx/~joseluis/apuntes/estadistica/tecnicas%20de%20conteo.pdf • http://www.scribd.com/doc/6783715/Tecnicas-de-Conteo • http://www.itch.edu.mx/academic/industrial/sabaticorita/_private/05Probabilidad%20condicional.htm • http://www.vitutor.com/pro/2/a_17.html • http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/probabilidad_condicionada/probabilidad_bayes_jam.htm • http://www.scribd.com/doc/2249724/DISTRIBUCION-DE-PROBABILIDADES • http://www.monografias.com/trabajos26/distribucion-probabilidades/distribucion-probabilidades.shtml • http://personal5.iddeo.es/ztt/Tem/t21_distribucion_normal.htm • http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/distribuciones_probabilidad/dis_normal.htm

• Determinar el área bajo la curva normal de la distribución de probabilidad. • Aplicar la fórmula para realizar el cambio de escala a unidades estándar • Determinar cantidades físicas que estén asociadas a variables aleatorias que siguen una distribución normal. • Determinar medidas de tendencia central de variables aleatorias discretas usando funciones de distribución para la solución de problemas. • Determinar medidas de tendencia central de variables aleatorias continuas usando funciones de distribución, para la solución de problemas. • Definir y comprender el concepto de variable aleatoria –tanto discreta como continua- su valor esperado y su varianza. • Definir y conocer la función de probabilidad, el valor esperado y la varianza de las variables aleatorias discretas que tienen las distribuciones binomial, Poisson, hipergeométrica, geométrica y binomial negativa y aplicar este conocimiento en la solución de problemas que impliquen el uso de estas distribuciones. • Definir y conocer la función de probabilidad, el valor esperado y la varianza de las variables aleatorias continuas que tienen las distribuciones uniforme, exponencial y normal, y aplicar este conocimiento en la solución de problemas que impliquen el uso de estas distribuciones • Determinar y conocer la función de probabilidad, el valor esperado y la varianza de las variables aleatorias discretas que tienen las distribuciones Bernoulli y binomial • Resolver problemas que involucren la variable aleatoria binomial • Describir en un cuadro sinóptico la función de probabilidad, del valor esperado y la varianza de las variables aleatorias discretas que tienen la distribución Poisson • Resolver problemas que involucren la variable aleatoria con distribución Poisson • Aplicar la aproximación de la distribución de Poisson al cálculo de probabilidades binomiales • Resolver problemas que involucren la variable aleatoria normal estándar utilizando tablas. • Expresar la función de densidad, media y varianza de variables aleatorias relacionadas con la distribución normal • Investigar en internet las aplicaciones de la distribución relacionada con la distribución normal. • **Realizar la actividad de evaluación 3.1.1 sobre Cálculo de valores de probabilidad para eventos aleatorios.** • **Realizar la actividad de evaluación 3.2.1 sobre la distribución normal de probabilidad.**	

Unidad IV	Determinación de parámetros de una población
Orientaciones Didácticas	

La cuarta y última unidad de este módulo se enfoca a la determinación de parámetros de una población ya que pretende calcular estimaciones y determinación de pruebas de hipótesis de una población. Cuenta con dos ejes articuladores que están constituidos respectivamente por: Cálculo de la estimación puntual y por intervalos para determinar la confiabilidad y exactitud de los resultados de las constantes típicas que la caracterizan y Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma.

En esta unidad, al igual que en las anteriores, entran en juego de manera transversal, competencias matemáticas y de comunicación verbal y gráfica ya que el empleo del pensamiento lógico y numérico para la aplicación y representación de fórmulas y procedimientos de medición estadística y cálculo de probabilidades para la estimaciones y pruebas de hipótesis, así como la capacidad de expresión de ideas y sentimientos, resulta indispensable.

Asimismo entran en juego específicamente aquellas competencias de carácter actitudinal que reflejen valores éticos tendientes a la oferta y promoción honesta de un producto realmente de calidad, por el que se paga un precio justo. Por otra parte, es necesario señalar que esta unidad es la conclusión de los contenidos del módulo, es decir, aunque cuenta con temas muy específicos, en ella deberá retomarse lo estudiado en las unidades anteriores a fin de integrarlas en un todo coherente y significativo para el alumno, por lo anterior se sugiere al PSP realizar lo siguiente:

- Precisar los contenidos y objetivos de esta unidad renovando la motivación con que cuenta el alumno para realizarlos en conjunto con los de todo el módulo
- Llevar a cabo la revisión sinóptica de las dos unidades que preceden a ésta en virtud de fortalecer una visión integral del módulo por parte del alumno.
- Fomentar en sus alumnos la integración creativa de los procedimientos estudiados para la determinación de parámetros por lo que se deberá promover en ellos una actitud receptiva, trabajando con el verdadero núcleo de la estadística inferencial, usando datos muéstrales para hacer inferencias acerca de las poblaciones, y de esa mara estimar parámetros de la misma.
- Utilizar métodos sistemáticos para estimar valores de dichos importantes parámetros de población: proporciones, medias y varianzas, así como los métodos para determinar tamaños de muestras necesarios para estimar dichos parámetros.
- Contribuir al desarrollo sustentable de manera comprometida, crítica y participativa con acciones responsables desde la esfera profesional de la estadística y la probabilidad mediante la aplicación de los métodos necesarios para la operación de y determinación de parámetros de una población aplicados en diferentes campos de estudio.
- Fomentar el uso eficiente, autónomo, flexible y responsable de herramientas y equipos informáticos y de tecnologías aplicables al ámbito de la estadística y la probabilidad.
- El primer resultado de aprendizaje está relacionado con el calcula la estimación puntual y por intervalos para determinar la confiabilidad y exactitud de los resultados de las constantes típicas que la caracterizan Para ello se recomienda al PSP abordarlo inicialmente, mediante el establecimiento de las características metodológicas de determinación de la estimación puntual y por intervalos de una población, a través un análisis de cada uno de ellos. Para lograr lo anterior, se recomienda al PSP abordar didácticamente el diseño de estrategias desde una

perspectiva eminentemente práctica, utilizando la presentación y discusión por equipos y en plenaria de casos de éxito y fracaso de las mismas, en forma de recurso complementario a la revisión expositiva.

- Asimismo, se sugiere potenciar el trabajo de los equipos para lograr el intercambio de experiencias y observaciones de procesos de diseño de estrategias para la determinación de intervalos de confianza. En primer lugar entender que son los intervalos de confianza, para que sirven y por qué se necesitan. Segundo, traté de desarrollar la habilidad de construir estimados de del intervalo de confianza de las proporciones de una población. Tercero, aprenda a interpretar correctamente un intervalo de confianza y de esa forma estimar el valor de la proporción poblacional.
- El segundo resultado de aprendizaje puede abordarse mediante una práctica similar, abocada en este caso particular a la Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma. En este sentido, se hace al PSP la recomendación de fortalecer el estudio y observación crítica de la aplicación de las pruebas de hipótesis de poblaciones , identificando la hipótesis nula y alternativa, expresando ambas en forma simbólica; calcular el estadístico de prueba, a parir de una aseveración y datos muéstrales; Identificar los valores críticos, dado un nivel de significancia; Establecer conclusiones en términos simples , sin tecnicismos e identificar los errores de tipo I y II que pueden cometerse al probar una aseveración dada. Para ello se exhorta al PSP a partir desde las nociones adquiridas previamente en las unidades anteriores, para auxiliar a sus alumnos a asimilar paulatinamente la mecánica de las estimaciones y pruebas de hipótesis desde una perspectiva propositiva y práctica, aplicable a casos concretos, por lo que se sugiere especialmente al PSP apoyarse en las técnicas y métodos de co- evaluación existentes y sugeridos en esta guía pedagógica.
- Efectuar el cierre del módulo a partir de la recapitulación y conclusiones obtenidas no solamente en esta unidad, sino en las dos que la preceden, fomentando en el alumno la conciencia de sus propias construcciones cognitivas y la importancia de las nuevas experiencias adquiridas en su futuro quehacer profesional.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Investigar en internet y bibliografía la definición der parámetros, estadísticos, estimación y estimadores puntuales y exponer ante el grupo. • Describir en un cuadro sinóptico las propiedades de los estimadores puntuales y la aplicación de las distribuciones muéstrales para la media en la inferencia estadística • Realizar procesos de inferencia estadística como son prueba de hipótesis e intervalos de confianza para medias y proporciones de poblaciones normales. • Establecer intervalos de confianza para medias de universos normales con varianza conocida o desconocida pero $n \geq 30$. • Establecer intervalos de confianza para medias de universos normales con varianza desconocida y n pequeña ($n < 30$) • Describir y establecer las hipótesis nula y alternativa • Identificar los tipos de errores que se pueden cometer al probar la hipótesis nula • Resolver problemas de pruebas de hipótesis planteados en función del estadístico de prueba z • Resolver problemas de pruebas de hipótesis planteados en función del estadístico de	• Software Office 2000 o superior. • Wealpole, M. Probabilidad y Estadística para Ingeniería_ Octava edición, México, prentice- hall hispanoamericana, 2007. • Triola, Mario F. Estadística. Novena edición, México, Pearson educación, 2004. • Velasco Sotomayor, Gabriel. Estadística con Excel._Primera edición, México, Trillas, 2005. • http://www.gestiopolis.com/finanzas-contaduria/estadistica-intervalos-de-confianza.htm • www.icicm.com/files/**INTERVALOS_CONFIANZA**.doc • http://sancur22ceapuntes.iespana.es/administracion/ceneval/operacionesymetodos/02metodoscuantitativos/21pruebaship/pruebaship.htm • http://www.edustatspr.com/Materiales/Stats_text/Hyp_Tests.pdf • http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Correlacion_regresion_recta_regresion/correlacion_y_regresion.htm • http://oceanologia.ens.uabc.mx/~chelo/cursos/estadistica/univaria

prueba t • Resolver problemas de pruebas de hipótesis para proporciones p planteados en función del estadístico de prueba z • Establecer si existe diferencia estadística entre dos proporciones muéstrales. • Reconocen los casos de distribuciones de probabilidad para una variable aleatoria discreta, estableciendo las diferencias entre ellos • Reconocen algunos casos de distribuciones de probabilidad continuas, por ejemplo; la distribución uniforme, la distribución normal • Utilizan tablas estadísticas para el cálculo de probabilidades con variables continuas; distribución normal • Aplicar los métodos y técnicas de la estadística inferencial que permiten predecir comportamientos poblacionales mediante el estudio de muestras. • Utilizar procedimientos de la inferencia estadística en el campo de la especialidad a partir de su fundamentación. • Realizar una prueba de hipótesis respecto a una media poblacional a través de un estudio para la información y recomendación de toma de decisiones. • Plantear los pasos en la comprobación de la hipótesis a partir de la elaboración de su definición y posibles aplicaciones. • Identificar los errores estadísticos resultantes de una prueba de hipótesis en la solución de problemas • Aplicar los conceptos de regresión simple y correlación a situaciones de evaluación en matemática. • Resolver ejercicios de pruebas de hipótesis en un evento aleatorio. • Resolver ejercicio que involucren la determinación de pruebas de hipótesis en eventos aleatorios • Resolver ejercicio de regresión lineal simple y ajustes de líneas recta, a partir de datos muéstrales • Resolver problemas de regresión lineal simple y ajustes de líneas recta, a partir de datos muéstrales • **Realizar la actividad de evaluación 4.1.1 sobre Cálculo de intervalos de confianza para eventos aleatorios.** • **Realizar la actividad de evaluación 4.2.1 sobre la determinación de pruebas de hipótesis**.	da/ww-tem-est-cp8.htm

6. Prácticas/Ejercicios /Problemas/Actividades

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Cálculo de derivadas de funciones
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Calcula límites de funciones utilizando las leyes de los mismos y métodos algebraicos para su obtención.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 1	Resolver ejercicios de límites de funciones aplicando los teoremas de suma, resta, multiplicación y división

Cálculo de límites de funciones.

Ejercicio 1. Suponiendo que **a** es cualquier número real, encontrar la pendiente de la recta tangente a la gráfica y = x^2 en el punto P (a , a^2). Encuentre una ecuación de la recta tangente a la gráfica en el punto (3/2, 9/4).

CONSIDERACIONES:

- Dibuja la gráfica de la función y localiza dos puntos P(a , a^2) y Q(x, x^2) sobre la gráfica.
- Calcula la pendiente de la recta:

$$m_{PQ} = \frac{x^2 - a^2}{x-a} = \frac{(x+a)(x-a)}{x-a} = x+a$$

- Determina la pendiente de la tangente aplicando la fórmula:

$$\mathrm{m} = \lim_{x \to a} m_{PQ} = \lim_{x \to a} (x+a).$$

- Sustituye el valor de a por x, obteniendo: m = 2a.
- Calcula la recta tangente en el punto (3/2, 9/4) , por tanto m = 2(3/2) = 3
- Determina la ecuación de la recta tangente:

$y - \frac{9}{4} = 3(x - \frac{3}{2})$ Ó 12x – 4y – 9 = 0.

Ejercicio 2. Calcula el límite para la función constante f(x)=3, cuando x se acerca a 8

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula
  $\lim_{x \to a} c = c.$
- Sustituye el calor de f(x) en c

Ejercicio 3. Calcula el límite para la función f(x)=3x-5 cuando x se acerca a 4

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula
  $\lim_{x \to a} f(x) = L$
- Sustituye el valor de f(x) y a
- Determina el límite L, sustituyendo el valor de a por x
  $\lim_{x \to 4} (3x - 5) = 3.4 - 5 = 7$

Ejercicio 4. Encuentra $\lim_{x \to 2} \frac{3x+4}{8x+7}$.

CONSIDERACIONES:

- **Aplica la fórmula:**
  $\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, \textit{siempre y cuando } M \neq 0.$
- Calcula el límite del numerador y el denominador, sustituyendo el valor de 2 por x para determinar el límite.

Ejercicio 5. Encuentre $\lim_{x\to 5}\sqrt[3]{3x^2-4x+9}$

CONSIDERACIONES:

- **Aplica el teorema:**

$$\lim_{x\to a}\sqrt[n]{f(x)}=\sqrt[n]{\lim_{x\to a}f(x)}$$

- Calcula el límite sustituyendo el valor de 5 por x

Ejemplo 6.

$$\text{Si } f(x)=\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}\ \text{Encuentre} \lim_{x\to 9} f(x)$$

CONSIDERACIONES:

- Verificar si el número a=9 está en el dominio de la función, sustituyendo en lugar de x, de tal manera que el denominador sea diferente de cero.
- Factorizar por diferencia de cuadrados el numerador.
- Simplificar la función y calcular el límite sustituyendo el valor de a=9

$$\lim_{x\to 9}\frac{x-9}{\sqrt{x}-3}=\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)}=6$$

#
#
#
#
#

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Cálculo de derivadas de funciones
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Calcula límites de funciones utilizando las leyes de los mismos y métodos algebraicos para su obtención.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 2	Resolver problemas de límites de funciones aplicando los teoremas de suma, resta, multiplicación y división y algebra elemental

Cálculo de límites de funciones.

En los problemas del 1 al 22 encuentre los límites aplicando los teoremas, si es que existen.

1.- $\lim_{x\to -2}(3x^3-2x+7)$

2. $\lim_{x\to\sqrt{2}}(x^2+3)(x-4)$

3. $\lim_{x\to 4}\sqrt[3]{x^2-5x-4}$

4.- $\lim_{x\to 7}0$

5.- $\lim_{x\to 1/2}\frac{4x^2-6x+2}{16x^2+8x-7}$

6.- $\lim_{x\to\sqrt{2}}15$

7.- $\lim_{x\to 1/2}\frac{2x^2+3x-2}{6x^2-7x+2}$

8.- $\lim_{x\to -3}\frac{x+3}{\left(\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{3}\right)}$

9.- $\lim_{x\to 16}\frac{x-16}{\sqrt{x}-4}$

10.- $\lim_{s\to 4}\frac{6s-1}{2s-9}$

11.- $\lim_{x\to\pi}(x-3.1416)$

12.- $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{1}{x-1}\right)$

13. $\lim_{x\to 1}\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$

14.- $\lim_{x\to -8}\frac{16x^{2/3}}{4-x^{4/3}}$

15.- $\lim_{x\to 3}\sqrt[3]{\frac{2+5x-3x^3}{x^2-1}}$

16.- $\lim_{x\to\pi}\sqrt[3]{\frac{x-\pi}{x+\pi}}$

17.- $\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)^2}{x^2-1}$

18.- $\lim_{x\to 6}(x+4)^3(x-6)^2$

19.- $\lim_{k\to 2}\sqrt{3k^2+4\sqrt[3]{3k+2}}$

20.- $\lim_{t\to -1}\frac{(4t^2+8t-3)^3}{(6t+3)^4}$

21.- $\lim_{t\to 7}\frac{\sqrt[3]{t^2-7t}}{(t-7)^2}$

22.- $\lim_{x\to 8}\frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2}$

Encuentre los límites en los problemas del 1 al 16, si es que existen, aplique factorización si es necesario.

1 $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ 2 $\lim_{x\to 3}\frac{2x^3-6x^2+x-3}{x-3}$ 3 $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{2x^2+5x-7}$

4 $\lim_{r\to -3}\frac{r^2+2r-3}{r^2+7r+12}$ 5 $\lim_{x\to 5}\frac{3x^2-13x-10}{2x^2-7x-15}$ 6 $\lim_{x\to 25}\frac{\sqrt{x}-5}{x-25}$

7 $\lim_{k\to 4}\frac{k^2-16}{\sqrt{k}-2}$ 8 $\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h}$ 9 $\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}$

10 $\lim_{h\to 2}\frac{h^3-8}{h^2-4}$ 11 $\lim_{h\to -2}\frac{h^3+8}{h+2}$ 12 $\lim_{x\to 10}\frac{1}{x-10}$

13 $\lim_{x\to -3/2}\frac{2x+3}{4x^2+12x+9}$ 14 $\lim_{x\to -1}\frac{1}{x^2+2x+1}$ 15 $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}$ 16 $\lim_{t\to 1}\frac{\left(\frac{1}{t}\right)-1}{t-1}$

En cada, uno de los problemas del 1 al 4 encuentre (a) la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto p (a,f(a));(b) la ecuación de la recta tangente en el punto P (2,f(2))

1. f(x) = $5x^2$ - 4x 2. f(x) = 3 - $2x^2$ 3.f(x) = x^3 4. f(x) = x^4

En los problemas del 1 al 4 use $m = \lim_{x\to a} m_{PQ}$ para encontrar la pendiente de la recta tangente en el punto que se encuentra sobre la gráfica de la ecuación y cuya abscisa es a. Encuentre también la recta tangente en el punto P indicado. Dibuje la gráfica de la recta tangente en P.

1. y =3x +2, P(1,5)
2. y = $\sqrt{x}$, P (4,2)
3. y=1/x, P (2,$\frac{1}{2}$)
4. y =$x^{-2}, P\ (2,1/4)$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Cálculo de derivadas de funciones
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Interpreta geométricamente la derivada de una función aplicando las reglas y fórmulas para su obtención.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 3	Resolver ejercicios para encontrar la pendiente de la tangente a la gráfica de una función aplicando fórmulas de derivación.

La recta tangente a una curva

Ejercicio 1. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la parábola $y=x^2$ en el punto (1,1)

Consideraciones:

- Se sustituye en la función x por x + Δx, y se calcula el nuevo valor de la función y + Δy.
- Se resta la función inicial del nuevo valor y se obtiene Δy.
- Se divide Δy por Δx,
- Se calcula el límite de este cociente cuando Δx tiende a cero. El límite encontrado es la derivada
- La derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva (si el resultado es positivo la inclinación es hacia la derecha y si es negativa la inclinación es hacia la izquierda).
- Para encontrar la ecuación de la recta tangente se sustituye el punto $P_1(1,1)$ en la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Ejercicio 2. Encontrar las ecuación a la recta tangente a la gráfica de la parábola $y=-x^2 + 6x$ en el punto (4,8)

Consideraciones:

- Se sustituye en la función x por x + Δx, y se calcula el nuevo valor de la función y + Δy.
- Se resta la función inicial del nuevo valor y se obtiene Δy.
- Se divide Δy por Δx,
- Se calcula el límite de este cociente cuando Δx tiende a cero. El límite encontrado es la derivada
- La derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva (si el resultado es positivo la inclinación es hacia la derecha y si es negativa la inclinación es hacia la izquierda).
- Para encontrar la ecuación de la recta tangente se sustituye el punto $P_1(4,8)$ en la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$.

Ejercicio 3. Determinar la ecuación de la recta normal y de la recta tangente a la curva $y = \sqrt{x}$ en el punto (4,2)

Consideraciones:

- Se sustituye en la función x por x + Δx, y se calcula el nuevo valor de la función y + Δy.
- Se resta la función inicial del nuevo valor y se obtiene Δy.
- Se divide Δy por Δx,
- Se calcula el límite de este cociente cuando Δx tiende a cero. El límite encontrado es la derivada
- La derivada es la pendiente de la recta tangente a la curva (si el resultado es positivo la inclinación es hacia la derecha y si es negativa la inclinación es hacia la izquierda).
- Para encontrar la ecuación de la recta tangente se sustituye el punto $P_1(4,2)$ en la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$.
- Para encontrar la ecuación de la normal se considera el reciproco de la pendiente de la tangente y de signo contrario.

Cálculo de derivadas por fórmulas:

Consideraciones:

- **Derivada de una constante**

La derivada de una constante aplicando la definición de derivada es cero

- **Derivada de una variable independiente (x)**

La derivada de una variable aplicando la definición es uno

- **Derivada de una constante por una variable**

$$\frac{d}{dx}(cv) = c\frac{dv}{dx}$$

- **Derivada de una suma de funciones**

$$\frac{d}{dx}(u + v + w) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} + \frac{dw}{dx}$$

- **Derivada de la función potencia:**

$$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1} \qquad \frac{dy}{dx} = nv^{n-1}$$

- **Derivada del producto de dos funciones:**

$$\frac{d\,(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$$

- **Derivada del cociente de dos funciones:**

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

- **Regla de la cadena**

$$\frac{dy}{dx}=\left(\frac{dy}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dx}\right)$$

Ejercicio 4. Hallar la derivada de $y=x^5$

Consideraciones:

- Aplica la derivada de una potencia $\frac{dy}{dx}=nx^{n-1}$

Ejercicio 5. Hallar la derivada de $f(x)=5x^4$

Consideraciones:

- Aplica la derivada de una potencia $\frac{dy}{dx}=nx^{n-1}$

Ejercicio 6. Hallar la derivada de $y = 4ab^2 x^3$

Consideraciones:

- Aplicar $\frac{d}{dx}(cv)=c\frac{dv}{dx}$ y $\frac{dy}{dx}=nx^{n-1}$

Ejercicio 7. Hallar la derivada de $y = 2x - 2$

Consideraciones:

- Se aplica $\frac{d}{dx}(u+v+w)=\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}+\frac{dw}{dx}$, es decir se deriva cada uno de los términos identificando las fórmulas correspondientes.

Ejercicio 8. Hallar la derivada de $y = 6x^3 - 3x^2 - 10$

Consideraciones:

- Se aplica $\frac{d}{dx}(u + v + w) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} + \frac{dw}{dx}$, es decir se deriva cada uno de los términos identificando las fórmulas correspondientes.

Ejercicio 9. Hallar la derivada de $g(x) = (-7x + 3) (x^2 - 2)$

Consideraciones:

- Derivar en forma independiente cada una de las funciones.
- Aplicar la fórmula de derivada del producto de dos funciones, la cual se le conoce como regla de la cadena $\frac{d\,(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

Ejercicio 10. Hallar la derivada de $f(x) = (x + 3) (x^2 + 2)$

- Derivar en forma independiente cada una de las funciones.
- Aplicar la fórmula de derivada del producto de dos funciones, $\frac{d\,(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

Ejercicio 11. Encontrar la derivada de $y = \frac{2x^2 - 1}{3x - 2}$

Consideraciones:

- Derivar en forma independiente cada una de las funciones.
- Aplicar la fórmula de derivada del cociente de dos funciones, $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

Ejercicio 12. Encontrar la derivada de $y = \frac{3x^2 - x}{4x - 1}$

Consideraciones:

- Derivar en forma independiente cada una de las funciones.
- Aplicar la fórmula de derivada del cociente de dos funciones, $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

Ejercicio 13. Encontrar la derivada de $y=(3x^2+5x-2)^3$

Consideraciones:

- Derivar aplicando la fórmula de una potencia $\frac{dy}{dx} = nv^{n-1}$
- Aplicar regla de la cadena, $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dx}\right)$

Ejercicio 14. Encontrar la derivada de $y = \sqrt[4]{7x^3 - 8x + 1}$

- Derivar aplicando la fórmula de una potencia $\frac{dy}{dx} = nv^{n-1}$
- Aplicar la de regla de la cadena, $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dx}\right)$

Ejercicio 15. Encontrar la derivada de $y = \left(\frac{2x+1}{3x-4}\right)^4$

- Derivar aplicando la fórmula de una potencia $\frac{dy}{dx} = nv^{n-1}$
- Aplicar la fórmula de cociente de dos funciones $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$
- Aplicar la de regla de la cadena, $\frac{dy}{dx} = \left(\frac{dy}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dx}\right)$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 1:	Cálculo de derivadas de funciones.		
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Interpreta geométricamente la derivada de una función aplicando las reglas y fórmulas para su obtención.		
Ejercicio/Problema/Actividad núm.4	Resolverá problemas aplicando fórmulas de derivación		

Problema 1. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \frac{1}{x}$ en el punto P_1 (2, 1/2).

Problema 2. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la parábola $y=-x^3 + 2$ en el punto P_1 (-2,6).

Problema 3. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \frac{1}{8}x^3$ en el punto P_1 (4, 8).

Problema 4. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \sqrt{4x-3}$ en el punto P_1 (3, 3).

Problema 5. Hallar la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva $y = -x^2 + 9$ en el punto (2,5)

Problema 6. Hallar la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva $y = -3x^2 + 4x + 5$ en el punto (3,-10)

Problema 7. Hallar la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la $y = \sqrt{8x}$ en el punto (2, 4).

Derivación con fórmulas

Problema 8. Encontrar la derivada de $y = 9x^6$

Problema 9. Encontrar la derivada de $f(x)= ½ x^5$

Problema 10. Encontrar la derivada de $y = 4x^3 – x^2+5x-4$

Problema 11. Encontrar la derivada de $y = 3x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}$

Problema 12. Encontrar la derivada de $y=\sqrt[4]{x}-x^{\frac{5}{2}}$

Problema 13. Encontrar la derivada de $f(x)=\frac{20}{x^2}-\frac{x^2}{20}+10$

Problema 14. Encontrar la derivada de $y=(3x^2)(x^3+1)$

Problema 15. Encontrar la derivada de $y = (7x^3)(8x^2- 1/7\ x+1)$

Problema 16. Encontrar la derivada de $y = (3x-2)(4x^2+1)(x^3)$

Problema 17. Encontrar la derivada de $f(x)=\frac{3x}{x^2-1}$

Problema 18. Encontrar la derivada de $y=\frac{x^2+4}{4x^2-1}$

Problema 19. Encontrar la derivada de $y=(2x^3-5x^2+4)^5$

Problema 20. Encontrar la derivada de $y=\sqrt{\frac{5x+6}{5x-4}}$

Problema 21. Encontrar la derivada de $y=(x^2+4)^4(2x^3-1)^3$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 2:	Interpretación de información
Resultado de Aprendizaje:	**2.1** Agrupa conjunto de datos numéricos a partir de la distribución de frecuencias para su interpretación.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 5	Resolverá ejercicios en los que maneje elementos de estadística, distribución de frecuencias de datos no agrupados y agrupados.

ELEMENTOS DE LA ESTADÍSTICA

Ejercicio 1. Relaciona las dos columnas, colocando en el paréntesis de la columna derecha, la letra que corresponde.

a) Dato de variable cuantitativa	( ) Total de elementos en estudio que presentan características comunes.
b) Muestra	( ) Características de cada elemento de una muestra o población.
c) Parámetro	( ) Medida descriptiva de una muestra ó población.
d) Población	( ) Valor numérico de una variable.
e) Datos	( ) Subconjunto representativo de una población.
f) Variable estadística	( ) Es el resultado que se obtiene como resultado de un conteo.
g) Estadística	( ) estudio de métodos para manejar la obtención, presentación y análisis de observaciones numéricas, para tomar decisiones o realizar generalizaciones acerca de las características de una población

CONSIDERACIONES:

- Para relacionar las columnas debes de identificar cada uno de los conceptos**.**

Ejercicio 2. Identifica cada uno de los siguientes casos como ejemplos de variable y escribe el número correspondiente en el paréntesis de la derecha.

1) Atributo	2) Discreta	3) Continua

a) El resultado de la encuesta hecha a un grupo de votantes posibles acerca del candidato de su preferencia.	( )
b) El tiempo necesario para que una herida cicatrice cuando se utiliza un nuevo medicamento.	( )
c) El número de llamadas telefónicas recibidas en un conmutador cada 10 minutos.	( )
d) La distancia a la que puede llegar un balón de fútbol, al ser pateado.	( )
e) El número de páginas impresas por cada trabajo en una impresora de computadora.	( )

f) La clase de árbol utilizado como símbolo navideño	( )
g) El tiempo de reacción de un antibiótico.	( )
h) El número de importaciones de bolsas.	( )
i) Marcador final de un partido de béisbol.	( )

Consideraciones:

- Debes de diferenciar entre una variable continua, discreta y cualitativa.

Ejercicio 3. Un fabricante de medicamentos desea conocer la proporción de personas cuya hipertensión (alta presión sanguínea) puede ser controlada con un nuevo producto. Al realizar un estudio en 5000 individuos hipertensos se encontró que 80% de ellos pudo controlar su hipertensión utilizando el nuevo medicamento. Suponiendo que esas 5000 personas son representativas del grupo de pacientes con hipertensión, contesta las siguientes preguntas.

a) ¿Cuál es la población?
b) ¿Cuál es la muestra?
c) Identifica el parámetro de interés.
d) Identifica las estadísticas e indica cual es su valor.
e) ¿Se conoce el valor del parámetro?

Ejercicio 4. Un técnico de control de calidad selecciona partes de una línea de ensambles de aparatos eléctricos y anota para cada una de ellas la siguiente información.

a) Si está o no defectuosa.
b) El número de identificación de las personas que armo la pieza.
c) El peso de la pieza.

CONSIDERACIONES:

- Clasifica las respuestas para cada parte como atributo o dato cualitativo, dato de variable discreta o dato de variable continua.
- Para Identificar y poder responder las actividades anteriores deben de considerarse los conceptos básicos.

DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIA CON DATOS NO AGRUPADOS.

En cada uno de los casos siguientes, elabora una distribución de frecuencias de la muestra dada, que incluya frecuencia absoluta (f_i), frecuencia relativa f_r *(%)*, frecuencia absoluta acumulada (F_i) y el porcentaje de la frecuencia relativa acumulada F_r *(%)*.

Ejercicio 5. Calificaciones de 20 estudiantes de Química.

87	86	85	87	86	87	86	81	77	85
86	84	83	83	82	84	83	79	82	79

Ejercicio 6. Peso en Kg. de un grupo de estudiantes.

56	64	72	75	77	74	75	72	64	67
61	70	69	74	76	78	70	69	61	56

CONSIDERACIONES:

Para realizar una distribución de frecuencias, necesita identificar que es la frecuencia absoluta, la relativa, la frecuencia acumulada, y la porcentual.

- Ordenar los datos de menor a mayor.
- Contar cuantos datos hay de cada uno anotándola en una tabla de frecuencias (frecuencia absoluta).
- Obtener la frecuencia relativa dividiendo la frecuencia absoluta entre el total de la muestra, si se quiere obtener en porcentaje, multiplicar por 100
- Obtener la frecuencia acumulada sumando las frecuencias absolutas ó relativas antecedentes a la clase ó a la variable de la cual nos interesa, el resultado del último valor será igual al tamaño de la muestra o el 100% de la frecuencia relativa porcentual.

DISTRIBUCION DE FRECUENCIA CON DATOS AGRUPADOS.

Ejercicio 7. En el semestre anterior los profesores decían que los alumnos de tercer semestre estaban muy altos. Por lo que se tomo al azar a un grupo con los siguientes registros de estaturas:

175	180	169	152	177	145	160	172	170	158
167	172	173	159	164	182	179	181	176	173
154	155	158	160	156	148	183	172	164	166
168	154	155	175	171	169	168	163	162	179
160	154	156	159	172					

Con la información anterior determinar:

a) Rango
b) Número de intervalos
c) Amplitud del intervalo
d) Distribución de frecuencias (Indicando los intervalos, la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa)

CONSIDERACIONES:

- Para obtener el rango hay que identificar el valor más pequeño de los datos (Xm) y el valor más grande de los datos (XM), entonces el Rango (R) = XM - Xm.
- El número de intervalos se obtiene utilizando la fórmula $k = \sqrt{n}$, donde k = Número de clases ó intervalos y n = total de elementos. También se puede obtener aplicando la fórmula: k= 1+3.3 log (n).
- Para la amplitud determinar ó ancho que deberá tener cada intervalo, se aplica la fórmula $A = \frac{R}{k}$ Donde: A = Ancho del Intervalo, R = Rango de los datos, k = Número de clase ó intervalos. (Es recomendable redondear hacia delante (entero mayor) el valor de A).
- Para obtener la distribución de frecuencias se tiene que determinar el valor del límite inferior de la primera clase ó intervalo, utilizando el dato más pequeño, sumándole el número de datos de acuerdo a su amplitud. Se puede disminuir uno o dos datos tanto del primer intervalo como del último, para completar los datos.
- Se determina la frecuencia absoluta contabilizando el número de datos.
- Se obtiene la frecuencia relativa dividiendo el número de datos de la clase (frecuencia absoluta) entre el número de la muestra.

Ejercicio 8. Las puntuaciones siguientes se obtuvieron en una parte de 53 preguntas. Elabora una distribución de frecuencias con datos agrupados.

49	37	31	26	19	46	37	31	26	18	46	37	30	25	16
15	44	35	30	24	32	21	39	31	27	20	33	27	21	39
38	31	27	20	48	27	43	35	29	23	43	34	29	23	41
45	36	30	24	33	28	22	41							

CONSIDERACIONES:

- Se recomienda hacer el procedimiento anterior, colocando los datos en la tabla siguiente:

Número de respuestas	f_i	fr	Fr(%)	Fra (%)
15 – 19	4	0.07547	7.547	7.547
Total	**53**	0.99996	99.996	

Se observa que la suma de la fr se acerca a 1 y en porcentaje a 100%

Nombre del Alumno:		Grupo:	

Unidad de Aprendizaje 2:	Interpretación de información
Resultado de Aprendizaje:	**2.1** Agrupa conjunto de datos numéricos a partir de la distribución de frecuencias para su interpretación.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 6	Resolver problemas en los que maneje elementos de estadística, distribución de frecuencias de datos no agrupados y agrupados.

DISTRIBUCIONES DE FRECUENCIA CON DATOS NO AGRUPADOS.

Problema 1. Elabora una distribución de frecuencias de la muestra dada, que incluya frecuencia absoluta (f_i), frecuencia relativa f_r *(%)*, frecuencia absoluta acumulada (F_i) y el porcentaje de la frecuencia relativa acumulada F_r *(%)*.

Número de inquilinos por apartamento en un edificio e 48 cuartos.

2	1	1	3	5	2	1	3	4	4	2	6	2	5	1	4
2	4	3	1	4	4	2	1	1	4	2	6	3	4	3	2
3	1	5	2	4	2	2	2	4	4	2	2	2	1	3	4

Problema 2. Horas trabajadas por el personal en un restaurante de comida rápida.

Horas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Empleado	10	2	4	2	6	4	2	4	6	2	8

Problema 3. Una escuela primaria reportó en la siguiente tabla la población de niños que acuden diariamente a tomar clases a ese plantel, determina: a) la frecuencia relativa, b) la frecuencia relativa porcentual y c) la frecuencia acumulada.

Grado (variable)	Número de niños (*fi*) (frecuencia absoluta)
Primero	65
Segundo	58
Tercero	55
Cuarto	62
Quinto	49
Sexto	52
Total	341

DISTRIBUCION DE FRECUENCIA CON DATOS AGRUPADOS.

Problema 4. Existe una población en Querétaro donde según la gente que ha visitado esta región, dice que existen más ancianos que jóvenes y niños, por lo que se tomaron los siguientes registros de edades para verificar si lo que la gente dice es cierto o es falso.

1	80	90	92	97	40	60	72	70	91
37	32	23	25	34	12	9	8	7	30
3	5	18	23	56	48	83	72	4	66
1	4	10	35	31	29	28	39	22	19
20	24	26	39	2	73	58	87	14	6

Con la información anterior determinar:

a) Rango
b) Número de intervalos
c) Amplitud del intervalo
d) Distribución de frecuencias (Indicando los intervalos, la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa)

Problema 5. Obtén una distribución de frecuencias de datos agrupados del peso en kilogramos de 40 personas.

53	62	73	83	92	61	58	72	100	75	63	64	79	77	69	78	57	65	55	65
76	52	54	40	67	85	73	82	74	66	78	72	58	68	84	88	55	81	79	48

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 1:	Interpretación de información		
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Calcula las medidas de tendencia central y dispersión de un conjunto de datos, para establecer los valores representativos y de variación en una población.		
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 7	Resolver ejercicios para calcular las medidas de tendencia central (media, moda y mediana) de un conjunto de datos y las medidas de dispersión.		

Ejercicio 1. De los siguientes datos que representan las calificaciones de Matemáticas IV de un grupo de 45 alumnos.

Calcular: a) Media, b) Mediana, c) Moda, d) Desviación media, e) Varianza, f) Desviación estándar.

Calificación x_i	No. De alumnos f_i
5	1
6	5
7	12
8	13
9	10
10	4
∑	45

CONSIDERACIONES:

Medidas de Tendencia Central

- Las medidas de tendencia central permiten describir los datos de tal forma que se puedan formular proposiciones cuantitativas que indican características de una población. Las más comunes son:

- Media.
- Mediana.
- Moda.

a) Media.

La forma de calcular la media es:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi}{N} \qquad \mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} Xi}{N}$$

Donde:

X = Es la media muestral.

m = Es la media poblacional.

n = Total de Elementos en la muestra.
N = Total de Elementos en la población.
Xi = El valor que toma el dato i.

Para calcular la media tenemos la fórmula donde involucra las frecuencias absolutas por lo tanto la fórmula que se utiliza es:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Xi\, fi}{N}$$

Se recomienda trazar una distribución de frecuencias con una columna más de datos de tal forma que se multiplica la variable (Xi) por la frecuencia absoluta (fi), el primer dato se obtiene multiplicando (5) (1) = 5, y así sucesivamente, hasta obtener el total de datos y poder obtener la Media

Calificación x_i	No. De alumnos f_i	$x_i\ f_i$
5	1	
6	5	30
7	12	
8	13	
9	10	
10	4	
$\sum$		

- Se sustituyen los datos en la fórmula, obteniendo así la media

b) Mediana.

- Para obtener la mediana es el valor que se ubica exactamente a la mitad de una serie de datos, la cual debe estar ordenada en forma ascendente ó descendente. La forma de calcular la mediana cuando los datos NO están agrupados es seguir los siguientes pasos:
- Se ordenan los datos de manera creciente o decreciente
- Se determina el total de elementos en la serie de datos (n).
- Si n es impar entonces: La mediana será el valor que se encuentra en la posición central de la serie ordenada
- Si n es par entonces: La mediana es el promedio de los 2 valores ubicados en el centro de las posiciones en la serie ordenada.
- Para determinar el lugar de la mediana se utiliza la siguiente fórmula:

$$\frac{N+1}{2}$$

- Para obtener la mediana de una muestra de datos con frecuencias simples se obtiene la faa(frecuencia absoluta acumulada), identificando el valor central, siendo este valor la mediana

Calificación x_i	No. De alumnos f_i	$x_i\ f_i$	faa
5	1		
6	5		6
7	12		
8	13		
9	10		
10	4		
∑			

c) Moda.
La moda es el valor que más veces se repite en una serie de datos, es decir, es el valor con mayor incidencia. La forma de calcular la moda es observar los datos y determinar cuál o cuáles de ellos tienen el mayor número de frecuencias.

Medidas de Dispersión.
Las medidas de dispersión nos dan una idea de las desviaciones de los datos con relación de los valores centrales y son:

- Desviación media
- Varianza.
- Desviación estándar.

d) Desviación Media
La desviación media es la dispersión de los valores individuales partiendo de una tendencia central y se calcula con la fórmula:

$$D.M. = \frac{\sum_{i=1}^{n} f\,|Xi - \overline{X}|}{N}$$

- Llenar el cuadro siguiente para mayor facilidad:

Calificación x_i	No. De alumnos f_i	$x_i\ f_i$	faa	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert^2$

5	1					
6	5					
7	12					
8	13					
9	10					
10	4					
∑						

e) Varianza.

La forma de calcular la varianza muestral o la varianza poblacional cuando tenemos los datos NO agrupados es mediante las fórmulas siguientes:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2}{n-1} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(Xi - \mu)^2}{N}$$

- Para este caso se utiliza la fórmula, puesto que tenemos datos ordenados:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} fi(Xi - \overline{X})^2}{n-1}$$

- Se recomienda realizar la tabla para sustituir valores y no cometer errores en los cálculos:

Calificación x_i	No. De alumnos f_i	$x_i\ f_i$	fa	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$f_i\ \lvert x_i - \bar{x} \rvert$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i\ (x_i - \bar{x})^2$
5	1						8.0656	8.0656
6	5						3.3856	16.9

7	12							
8	13							
9	10							
10	4							
$\sum$								

f) Desviación estándar.
La desviación estándar es una medida de dispersión, la cual también mide la dispersión que los datos tienen con respecto a su media.
La forma de calcular la desviación estándar muestral o la desviación estándar poblacional cuando tenemos datos NO agrupados es utilizando la siguiente fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2}{n-1}} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(Xi - \mu)}{N}}$$

- Para este caso, que son datos con frecuencias simples se aplica la fórmula:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} fi(Xi - \overline{X})^2}{n-1}}$$

- O bien, podemos decir simplemente que la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza:

$$S = \sqrt{S^2} \quad \text{y} \quad \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

- Por lo tanto la desviación estándar se obtiene con la raíz cuadrada de la varianza.

Ejercicios para datos no agrupados:

Ejercicio 2 En la siguiente tabla se presentan las cotizaciones mensuales del tipo de cambio entre el peso mexicano y el dólar estadounidense en el año 2000, este tipo de cambio se presentó en algunas casas de cambio.

Mes	Tipo de cambio en el 2000
Enero	9.47
Febrero	9.44
Marzo	9.29
Abril	9.37
Mayo	9.50
Junio	9.79
Julio	9.46
Agosto	9.28
Septiembre	9.33
Octubre	9.51
Noviembre	9.51
Diciembre	9.44

Determina:

a. Media
b. Mediana
c. Moda
d. Varianza
e. Desviación Estándar
f. Coeficiente de variación

Consideraciones:

Ya que los datos No están agrupados, para calcular cada uno de los valores solicitados se utilizan las fórmulas definidas para datos NO agrupados.

a. **Media.** La fórmula de la media para datos NO agrupados es

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \qquad \mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N}$$

Donde:
X = Es la media muestral.
m = Es la media poblacional.
n = Total de Elementos en la muestra.
N = Total de Elementos en la población.
Xi= El valor que toma el dato i.

Como la información de la tabla es sobre una muestra, se utiliza la fórmula de *X* (media muestral).

b. Mediana.

Consideraciones:

- Se ordenan los datos de manera creciente o decreciente.
- Se determina el total de elementos en la serie de datos (n) n = 12, se determina el lugar de la mediana con la fórmula:

$$\frac{N+1}{2}$$

- Como n es par, hay que determinar los valores que se encuentran en la posición central.
- Por último hay que determinar el promedio de estos 2 valores

c. Moda.
La moda es el valor que más veces se repite en una serie de datos, es decir, es el valor con mayor incidencia, este conjunto de datos tiene 2 modas, por tanto es una **muestra bimodal**

d. Varianza. La fórmula para calcular la varianza cuando se tienen datos NO agrupados es

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1} \qquad \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \mu)^2}{N}$$

Donde:
S^2 = Es la varianza muestral.
σ^2 = Es la varianza poblacional.

X = Es la media muestral
m= Es la media poblacional.
n = Total de Elementos en la muestra.
N = Total de Elementos en la población.
Xi= El valor que toma el dato

Como la información de la tabla es sobre una muestra se sustituyen los datos en la primer fórmula.

e. Desviación estándar. Sin considerar si los datos están o no están agrupados, sabemos que la desviación estándar muestral es la raíz cuadrada de la varianza muestral:

$$S = \sqrt{S^2}$$

f. Coeficiente de Variación. Este valor se determina de igual forma para datos agrupados como para no agrupados. La fórmula a utilizar es:

$$CV = \frac{S}{\overline{X}} * 100\% \qquad CV = \frac{\sigma}{\mu} * 100\%$$

Como estamos trabajando con una muestra la fórmula a utilizar es la primera

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 1:	Interpretación de información		
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Calcula las medidas de tendencia central y dispersión de un conjunto de datos, para establecer los valores representativos y de variación en una población.		
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 8	Resolver problemas para calcular las medidas de tendencia central (media, moda y mediana) de un conjunto de datos y las medidas de dispersión.		

Problema 1. De los siguientes datos que representan las calificaciones de Ingles de un grupo de 40 alumnos. Calcular:
a) Media, b) Moda, c) Mediana, d) Desviación media, e) Varianza, f) Desviación estándar

Calificación x_i	No. De alumnos f_i
5	2
6	7
7	11
8	9
9	8
10	3
∑ Total	

Problema 2. Los siguientes datos representan las calificaciones de un alumno del CONALEP de 31 asignaturas que ha cursado. Calcular:
a) Media, b) Moda, c) Mediana, d) Desviación media, e) Varianza, f) Desviación estándar

Calificación x_i	No. De alumnos f_i
5	0
6	5
7	7
8	11
9	5
10	3
∑ Total	31

Problema 3. Los siguientes datos representan muestras aleatorias de edades de niños que están aprendiendo a tocar la guitarra: 9, 12, 14, 15, 13, 11, 10, 12, 11. Determina:

a. Media
b. Mediana
c. Moda
d. Varianza
e. Desviación Estándar
f. Coeficiente de variación

Problema 4. Los siguientes datos representan muestras aleatorias de calificaciones de 10 asignaturas diferentes de un alumno del CONALEP: 10, 8, 7, 9, 10, 6, 5, 6, 8,8. Determina:

a. Media
b. Mediana
c. Moda
d. Varianza
e. Desviación Estándar
f. Coeficiente de variación

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 3:	Cálculo de eventos aleatorios
Resultado de Aprendizaje:	**3.1** Calcula la probabilidad de eventos aplicando las técnicas de conteo y fórmulas relacionadas, para determinar el número de resultados posibles en un experimento aleatorio.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 9	Realizará ejercicios con la técnica de la multiplicación, con la técnica de la permutación, la técnica de la combinación y aplicando las técnicas de conteo.

Principio de la multiplicación

Ejercicio 1. Un helado puede servirse en vaso o en cono, los hay de sabor fresa, chocolate o vainilla, con cubierta de chocolate, caramelo, mermelada o sin cubierta. De cuantas maneras se puede presentar el helado?

Consideraciones:

- **Principio fundamental de conteo**: Establece que el total de posibles resultados en una situación dada se pueden encontrar multiplicando el número de formas en la que puede suceder cada evento. Es decir, si se tienen **k** eventos y el primer evento se puede realizar de **n1** formas diferentes, el segundo evento se puede realizar de **n2** formas diferentes, el tercer evento se puede realizar de **n3** formas diferentes,...., y el k-ésimo evento se puede realizar de **nk** formas diferentes, entonces los k eventos pueden realizarse juntos en **n1** x **n2** x **n3** x **n4** x ....x **nk** formas.
- El principio básico o fundamental de conteo se puede utilizar para determinar los posibles resultados cuando hay dos o más características que pueden variar.

Para la solución del ejercicio:

- Se definen los eventos

Evento 1 → {Vaso, Cono}
Evento 2 → {Sabor Fresa, Vainilla, Chocolate}
Evento 3 → {Cubierta de Chocolate, Mermelada, Caramelo, Sin Cubierta}

- Se cuantifican los elementos de cada evento
- Se multiplican, obteniendo así las maneras en que se puede presentar un helado.

Ejercicio 2. Un turista desea visitar 4 Estados de México, desea visitar en primer lugar El estado de Nuevo León, posteriormente visitará El estado de Querétaro, el tercer estado a visitar será Hidalgo y el último estado será Guanajuato; Si existen 7 rutas diferentes de Nuevo León a Querétaro, 6 rutas diferentes de Querétaro a Hidalgo y 8 rutas de Hidalgo a Guanajuato. ¿Cuántas alternativas o posibles rutas se le presentan al Turista para realizar su viaje?

Consideraciones:

- Se definen los eventos:

Evento 1 → Rutas entre Nuevo León y Querétaro
Evento 2 → Rutas entre Querétaro e Hidalgo

Evento 3 → Rutas entre Hidalgo y Guanajuato

- Se cuantifican los elementos de cada evento

N (Evento1) = 7 formas diferentes de llegar de Nuevo León a Querétaro
N (Evento2) = 6 formas diferentes de llegar de Querétaro a Hidalgo
N (Evento3) = 8 formas diferentes de llegar de Hidalgo a Guanajuato

- Se multiplican, obteniendo así las rutas en que se pueden visitar los cuatro estados.

Ejercicio 3. Un código de identificación de un producto se forma con 4 dígitos (del 0 al 9). ¿Cuántos códigos diferentes se pueden formar considerando que si se pueden repetir los dígitos?

Consideraciones:

- Se definen los eventos:

Evento 1 → 1° dígito
Evento 2 → 2° dígito
Evento 3 → 3° dígito
Evento 4 → 4° dígito

- Se cuantifican los elementos de cada evento

N (Evento1) = 10, ya que hay 10 dígitos posibles a colocar
N (Evento2) = 10, ya que hay 10 dígitos posibles a colocar
N (Evento3) =
N (Evento4) =

- Se multiplican, obteniendo así la solución

Ejercicio 4. Si en el ejemplo del código de identificación no es posible repetir los dígitos ¿Cuántos códigos diferentes se pueden formar?

Consideraciones:

- Se definen los eventos:

Evento 1 → 1° dígito
Evento 2 → 2° dígito
Evento 3 → 3° dígito
Evento 4 → 4° dígito

- Se cuantifican los elementos de cada evento

N (Evento1) = 10, ya que hay 10 dígitos posibles a colocar
N (Evento2) = 9, ya que hay 9 dígitos posibles a colocar, ya no se pueden repetir los dígitos
N (Evento3) = 8, ya que hay 8 dígitos posibles a colocar, ya no se pueden repetir los dígitos
N (Evento4) =

- Se multiplican, obteniendo así la solución

Ejercicio 5. Si Diana tiene 5 faldas, 3 sacos, 4 blusas y 2 pares de zapatos ¿De cuántas maneras puede vestir asumiendo que todas las combinaciones son agradables?

Consideraciones:

- Se definen los eventos:

Evento 1 → Faldas
Evento 2 → Sacos
Evento 3 → Blusas
Evento 4 → Zapatos

- Se obtiene la solución semejante a los anteriores ejercicios.

TECNICA DE LA PERMUTACIÓN P=n!

Ejercicio 6. Tres componentes electrónicos - un transistor, un capacitor, y un diodo serán ensamblados en una tablilla de una televisión. Los componentes pueden ser ensamblados en cualquier orden. ¿De cuántas diferentes maneras pueden ser ensamblados los tres componentes?

Consideraciones:

Permutación.

- Es todo arreglo de elementos en donde nos interesa el lugar o posición que ocupa cada uno de los elementos que constituyen dicho arreglo (El orden si importa). La expresión matemática es: $n! = n * (n – 1) *(n – 2) *.....*(2)*(1)$

- Se representar los nombres de los componentes electrónicos de la siguiente manera: Transistor → T, Capacitor → C, Diodo → D

Las diferentes maneras de ensamblar los componentes son llamadas permutaciones, y son las siguientes:
Posibilidad 1 → T D C
Posibilidad 2 → D C T
Posibilidad 3 → C T D
Posibilidad 4 → T C D
Posibilidad 5 → C D T
Posibilidad 6 → D T C

- Por tanto existen 6 formas diferentes de ir ensamblando estos componentes electrónicos en una tablilla de un televisor, es decir, el espacio muestral sería el siguiente:

S = {TDC, DCT, CTD, TCD, CDT, DTC }

- El número de permutaciones que pueden formarse con n objetos diferentes es:

$n! = n * (n – 1) *(n – 2) *.....*(2)*(1)$

- Utilizando esta fórmula para solucionar el problema anterior, entonces, el total de permutaciones serían 3!, ya que son 3 piezas que se desean ensamblar, que da como resultado 6.
- Para poder utilizar esta fórmula hay que considerar estas 3 condiciones:

a. Si deben ser considerados todos los elementos.
b. Si importa el orden
c. No se repiten los elementos.

Ejercicio 7. 8 amigos se reúnen para poder ver el partido de fut-bol. En el cuarto de TV hay 6 lugares y Lalo consigue 2 sillas más ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse estas ocho personas para ver el partido de fut-bol?

Consideraciones:

- Se identifica el total de amigos elementos (n).
- Se sustituye en la ecuación de permutación.
- Se realiza la multiplicación, observando que conforme se escoge a un amigo, no se vuelven a repetir.
- Obteniendo así las distintas formas de sentarse los 8 amigos.

Ejercicio 8. ¿Cuántos códigos de 5 caracteres se pueden formar considerando que todos los caracteres en el código deben de ser diferentes, y que los caracteres a utilizar son 3, 6, T, 7, U?

Consideraciones:

- Se identifica el total de elementos (n).
- Se sustituye en la ecuación de permutación.
- Se realiza la multiplicación, observando que conforme se escoge un elemento, no se vuelven a repetir.
- Obteniendo así las posibles formas de los códigos.

Ejercicio 9. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar con la palabra TRAVIESO?, y ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar que empiecen con R y terminen en O? Considerando que cada una de las letras se puede utilizar una sola vez y que cada una de las nuevas palabras que se formen sea válida.

Consideraciones:

- Para el primer caso se consideran los procedimientos anteriores**.**
- Para el segundo caso se consideran también los procedimientos anteriores, pero se sabe que las letras R y O ya no, ya que son las que tienen la condición de que una debe considerarse al inicio y la otra al final de la palabra.

Permutaciones con r elementos (r < n): $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$

Ejercicio 10. Suponga que hay ocho tipos de computadora pero sólo hay tres espacios disponibles para exhibirlas en la tienda de computadoras. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ser arregladas las 8 máquinas en los tres espacios disponibles?

Consideraciones:

- Definir quién es n y r, **n** = Total de elementos y **r** = número de elementos que se van a escoger, Por lo tanto para este tipo de técnicas de conteo se considera la fórmula de permutación:

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Entonces hay que calcular nPr = 8P3.

Técnica de la Combinación

Ejercicio 11. Si de un grupo de 6 personas se van a selección a 3 personas para que realicen una actividad especial ¿Cuántos grupos diferentes de 3 personas se pueden formar?

Consideraciones:

- Combinaciones: Es el número de formas de seleccionar **r** objetos de un grupo de **n** objetos **sin importar el orden.** La fórmula de combinaciones es: $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ Donde: nCr = Es el número de combinaciones considerando **r** elementos de un total de **n** elementos.

Sustituyendo los datos en la fórmula hay 20 formas de generar grupos de 3 personas.

Ejercicio 12. En una compañía se quiere establecer un código de colores para identificar cada una de las 42 partes de un producto. Se quiere marcar con 3 colores de un total de 7 cada una de las partes, de tal suerte que cada una tenga una combinación de 3 colores diferentes. ¿Será adecuado este código de colores para identificar las 42 partes del producto?

Consideraciones:

- Se identifica **n** y **r**, **n** = 7
- Se compara el resultado con las 42 partes del producto, si el resultado es mayor será adecuado para identificar las 42 partes, y si no concluye por qué no!
- El tomar 3 colores de 7 posibles no es suficiente para identificar las 42 partes del producto, ya

Ejercicio 13. Juanita invitó a sus amigos a cenar. Juanita tiene 10 amigos, pero sólo puede pasar a la mesa a 6 personas
a. ¿De cuántas maneras los puede pasar a la mesa? si no le importa como queden acomodados.
b. Dos de sus amigos son un feliz matrimonio, Juanita decidió sentarlos a la mesa juntos. ¿De cuántas maneras los puede pasar a la mesa?, si no le importa como queden acomodados los demás.
c. Dos de sus amigos son enemigos, Juanita no los quiere sentar juntos a la mesa. ¿De cuántas maneras los puede pasar a la mesa?, si no le importa como queden acomodados los demás.

Consideraciones:

- Se realiza el mismo procedimiento con la aplicación de la fórmula de combinaciones. Hay que determinar nCr = $_{10}C_6$

- Para este inciso Juanita tiene 2 situaciones:

Situación 1. Cuando pasa a la pareja en el grupo
Situación 2. Cuando la pareja no pasa en el grupo.
Entonces, el total de formas será la suma de las 2 situaciones.
Por tanto para el caso 1: si pasa a la pareja se busca la combinación ($_2C_2$) ($_8C_4$)
Para el 2do caso: cuando la pareja no pasa ($_2C_0$) ($_8C_6$).
El resultado de la suma serán las formas diferentes que puede Juanita pasarlos a la mesa sin importar el orden.

- Aquí la situación es que sólo pase 1 de los 2. Por lo tanto de los 2 solo elegirá a 1de ellos y de los 8 lugares que quedan elegirá solo a 5, así que el producto de estas combinaciones es el resultado.

Probabilidad utilizando Técnicas de Conteo.

Ejercicio 14. Supongamos que lanzamos un dado balanceando y anotamos sus resultados. Determina la probabilidad de cada uno de los resultados.

Consideraciones:

- Para cada lado del dado se tiene un número diferente, entonces la probabilidad de que aparezca cualquiera de ellas es de un lado entre seis caras. Utilizando la fórmula:

$$P(A) = n(A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{numero de casos favorables a } A}{\text{numero de casos posibles}} = \frac{k}{n}$$

Ejercicio 15. Calcula la probabilidad de obtener sol al lanzar una moneda al aire.

Consideraciones:

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles): 2
- Determina el número de casos favorables: 1
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) = n\ (A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Ejercicio 16. Se lanzan al aire tres monedas balanceándose y se anotan los resultados. Encuentra la probabilidad de los siguientes eventos:

a) Aparece máximo un sol.
b) Aparecen dos caras iguales y una diferente.
c) La primera o la tercera muestran sol.

Consideraciones:

Para el inciso a)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles), por medio de las técnicas de conteo(2x2x2)
- Determina el número de casos favorables: *{SAA, ASA, AAS, AAA} por lo tanto n(A)=4*
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) = n\ (A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Consideraciones:

Para el inciso c)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles), por medio de las técnicas de conteo(2x2x2)
- Determina el número de casos favorables:
- Sustituye en la fórmula anterior.

Ejercicio 17. Un dado es lanzado 200 veces, y se obtienen los siguientes resultados:

No. en el dado	1	2	3	4	5	6
Frecuencia	48	36	42	30	18	58

Calcula la probabilidad de que en los siguientes eventos salga:

a) Un 3.
b) Un número par.
c) El 2 ó 5.
d) Un número primo.

Consideraciones:

Para los 3 incisos

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles).
- Determina el número de casos favorables: sumando cada uno de los casos favorables, puesto que ya se tienen en la tabla
- Sustituye en la fórmula para cada inciso:

$$P(A) = n(A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Ejercicio 18. En una familia de tres hijos, se registra el sexo de cada uno . Encuentra la probabilidad de los siguientes eventos.

a) Los hijos son del mismo sexo.
b) Máximo existe un hijo varón.
c) Cuando mucho existen dos mujeres.

Consideraciones:

Para el inciso a)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles)
- Determina el número de casos favorables: $A: \{MMM, FFF\}, n(A) = 2$
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) = n(A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Consideraciones:
Para el inciso b) y c)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles)
- Determina el número de casos favorables
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) - n(A)/n(S) - \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} - \frac{k}{n}$$

Ejercicio 19. En una urna se tienen 4 bolas azules, 3 negras y 2 rojas ¿Cuál es la probabilidad de obtener **a)** una bola negra, **b)** una bola roja, **c)** una bola azul, **d)**una negra o una roja.

Consideraciones:
Para los incisos a),b) y c)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles)
- Determina el número de casos favorables: se considera para cada color
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) - n(A)/n(S) - \frac{n(A)}{n(S)} - \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} - \frac{k}{n}$$

Consideraciones:
Para el inciso d)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles)
- Determina el número de casos favorables. En este caso como son un evento u otro se suman los posibles resultados.
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) = n(A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Ejercicio 20. Sea el experimento aleatorio de arrojar dos dados normales y sumar sus caras superiores, calcula la probabilidad de que la suma de los puntos:

a) Sea 7.
b) Sea 11.
c) Sea 4.

Consideraciones:
Para los 3 incisos:

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles), en este caso: $S = \{(1,1),(1,2),\ldots(6,6)\}, n(S) = 36$ porque (6x6)
- Determina el número de casos favorables, para estos casos identificar exactamente los resultados como por ejemplo: $A = \{Que\ la\ suma\ sea\ 7\} = \{(1,6),(6,1),(2,5),(5,2),(3,4),(,43)\} \quad n(A) = 6$
- Sustituye en la fórmula y obtener el resultado.

Ejercicio 21. Una urna tiene 15 bolas de la cuales, 5 son blancas y 10 son negras, si se seleccionan al azar dos bolas Calcula la probabilidad de los eventos A y B.

a) Ambas bolas son negras.
b) Ambas bolas son blancas.

Consideraciones:

Para el inciso a) y b)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles),se sugiere utilizar $n(S) = {}_{15}C_2$
- Determina el número de casos favorables. En este caso $n\ (A) = {}_{10}C_2$ y $n\ (B) = {}_{5}C_2$
- Sustituye en la fórmula:
-

$$P(A) = n\,(A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Ejercicio 22. Una urna tiene 12 bolas blancas y 10 negras; se extraen sin reemplazo 6 bolas. Encuentra la probabilidad de obtener:

a) Al menos una bola blanca
b) Más bolas negras que blancas o más blancas que negras.

Consideraciones:

Para el inciso a) y b)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles),se sugiere utilizar $n(S) = {}_{22}C_6$
- Determina el número de casos favorables. En este caso $n(A) = {}_{22}C_6 - ({}_{10}C_6)({}_{12}C_0)$
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) = n(A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Ejercicio 23. En una fábrica hay 20 trabajadores, 4 hombres y 16 mujeres; se forma un comité de 5 trabajadores. Determina la probabilidad de que en el comité se encuentre

a) Un hombre.
b) A lo más 4 mujeres.
c) Más hombres que mujeres.

Consideraciones:

Para el inciso a) , b) y c)

- Determina el espacio muestral (número de casos posibles),se sugiere utilizar $n(S) = {}_{20}C_5$
- Determina el número de casos favorables. En este caso $n(A) = {}_{16}C_4 * {}_4C_1$, $n(B) = {}_{16}C_4 * {}_4C_1 + {}_{16}C_3 * {}_4C_2 + {}_{16}C_2 * {}_4C_3 + {}_{16}C_1 * {}_4C_4$, y $n(C) = {}_{16}C_2 * {}_4C_3 + {}_{16}C_1 * {}_4C_4$
- Sustituye en la fórmula:

$$P(A) = n(A)/n(S) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{numero\ de\ casos\ favorables\ a\ A}{numero\ de\ casos\ posibles} = \frac{k}{n}$$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 3:	Cálculo de eventos aleatorios
Resultado de Aprendizaje:	**3.1** Calcula la probabilidad de eventos aplicando las técnicas de conteo y fórmulas relacionadas, para determinar el número de resultados posibles en un experimento aleatorio.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 10	Resolver problemas con la técnica de la multiplicación, con la técnica de la permutación, la técnica de la combinación y aplicando las técnicas de conteo.

Problema 1. ¿Cuántos códigos de 5 caracteres se pueden formar considerando que todos los caracteres en el código deben de ser diferentes, y que los caracteres a utilizar son A, 3, 6, T, 7, U, X, 9, Z?

Problema 2. Suponga que un salón de clase está constituido por 35 alumnos. El maestro desea que se nombre a los representantes del salón (Presidente, Secretario y Tesorero). Determina de cuantas formas se puede construir este grupo de representantes.

Problema 3. ¿Cuántas palabras diferentes se pueden formar si se consideran solo 6 letras del siguiente conjunto de letras (L, O, S, R, A, C, **I**, G, M, E)?

Problema 4. ¿Cuántas combinaciones se pueden obtener al escoger a cuatro personas de un conjunto de siete?

Problema 5. En una caja hay 39 esferas, marcadas con los números del 1 al 39. Si se toman al azar 6 esferas. ¿Cuántas formas distintas pueden resultar?

Problema 6. Suponga que se tiene una urna con 7 canicas cafés, 5 rojas y 3 blancas. Encuentra las probabilidades de extraer una pelota:

a) Café **b)** Roja **c)** Blanca **d)** Café o roja **e)** café o blanca

f) roja o blanca **g)** que no sea café **h)** que no sea roja **i)** que no sea blanca

Problema 7. Un comité de estudiantes está formado por 4 estudiantes de primer semestre, 6 de segundo semestre y 8 de tercero si se escoge un estudiante al azar. Hallar la probabilidad de que sea de:

a) 2° semestre
b) 3° semestre
c) 1° o 2° semestre.

Problema 8. En una empresa hay 50 obreros; a 35 les gusta su trabajo, 27 tienen buenas relaciones con su jefe, a 15 les gusta su trabajo y tienen buenas relaciones con su jefe. Si se selecciona un obrero al azar, obtén la probabilidad de que:

a) No les guste su trabajo
b) No les guste su trabajo y no tenga buenas relaciones con su jefe.
c) Les guste su trabajo y no tengan buenas relaciones con su jefe o tengan buenas relaciones con su jefe y no les guste su trabajo.

Problema 9. En una reunión asistieron 20 hombres y 10 mujeres; del total de personas; la mitad de los hombres tiene ojos café. Hallar la probabilidad de que una persona escogida al azar sea hombre o tenga ojos café.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 3:	Cálculo de eventos aleatorios
Resultado de Aprendizaje:	**3.2** Determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 11	Realiza ejercicios Análisis de las medidas de una distribución.

Medidas de una distribución de la variable aleatoria.

Ejercicio 1. ¿Cuál es el valor esperado de caras al arrojar cuatro monedas?

Consideraciones:

- Determina la probabilidad de cada uno de la variable aleatoria.
- Aplicar la fórmula, sustituyendo. Recordando que f(x) es la probabilidad de cada variable

$\mu_x = E(X) = x_1 * f(x_1) + x_2 * f(x_2) + ... + x_n * f(x_n)$

Ejercicio 2. Suponga que “x”, representa el número de errores que comete una secretaria en una hoja que escribe a máquina, suponga además que la distribución de probabilidad de los errores (que resulto de un análisis de la experiencia previa) es la siguiente

X	0	1	2	3
f(x)	0.22	0.25	0.23	0.30

Encontrar el número esperado de errores.

Consideraciones:

- Aplicar la fórmula .Recordando que f(x) es la probabilidad de cada variable

$\mu_x = E(X) = x_1 * f(x_1) + x_2 * f(x_2) + ... + x_n * f(x_n)$

Ejercicio 3. Se lanzan 2 monedas; si aparecen caras iguales se gana $50,000, para cualquier otro resultado se pierde $45,000 ¿Cuál es la ganancia o perdida esperada?

Consideraciones:

- Determina la probabilidad de cada una de las variables aleatorias.
- Aplicar la fórmula .Recordar que f(x) es la probabilidad de cada variable

$\mu_x = E(X) = x_1 * f(x_1) + x_2 * f(x_2) + ... + x_n * f(x_n)$

La variancia de una variable aleatoria discreta se puede considerar como la desviación promedio al cuadrado en torno a la media (Ex) tomada sobre todos los valores.

$$V(X) = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_x)^2 * f(x_i)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (X_i)^2 * f(X_i) - \mu^2$$

VARIANCIA

Ejercicio 4. ¿Cuál es la variabilidad de caras al arrojar cuatro monedas?

Consideraciones:

- Determinar la esperanza matemática.
- Sustituir en la fórmula para determinar la varianza, utilizar la que más se te facilite.

$$V(X) = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_x)^2 * f(x_i)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (X_i)^2 * f(X_i) - \mu^2$$

Ejercicio 5. Sea el experimento de lanzar tres monedas y la variable aleatoria se identifica por el número de águilas. Obtener la media, varianza y la desviación estándar de la variable aleatoria

Consideraciones:

- Determina la probabilidad de cada una de las variables aleatorias.
- Aplicar la fórmula para obtener la media ó valor esperado.
  $\mu_x = E(X) = x_1 * f(x_1) + x_2 * f(x_2) + ... + x_n * f(x_n)$
- Sustituir en la fórmula para determinar la varianza, utilizar la que más se te facilite.

$$V(X) = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_x)^2 * f(x_i)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (X_i)^2 * f(X_i) - \mu^2$$

- Obtener la raíz cuadrada de la varianza para obtener la desviación estándar: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 3:	Cálculo de eventos aleatorios
Resultado de Aprendizaje:	**3.2** Determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 12	Resuelve problemas de análisis de las medidas de una distribución.

- **Problema 1.** Un una urna existen 4 canicas blancas y 6 verdes. Sea un juego que consiste en seleccionar una canica al azar. Si sale canica blanca se gana 5 dólares, si sale canica verde se pierde 4 dólares. Obtenga la ganancia esperada, si el experimento se hace sin remplazo.

- **Problema 2.** Un fabricante de galletas gana 10¢ por cada galleta que no se rompe y pierde 2¢ por cada galleta que se rompe. Si el 18% de la producción de galletas se rompen ¿Cuál es la ganancia esperada?

- **Problema 3.** En una caja se encuentran esferas marcadas con los números 1, 3, 5, 7. Supongamos que el 25% de las esferas están con el número 1; el 35% con el número 3; el 12% con el número 5; y el 28% con el número 7, se extrae una esfera al azar varias veces con remplazo ¿Cual es la media, varianza y desviación estándar de la variable aleatoria?

X	1	3	5	7
f(x)	0.25	0.35	0.12	0.28

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 3:	Cálculo de eventos aleatorios
Resultado de Aprendizaje:	**3.2** Determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 13	Realizar ejercicios de modelos probabilísticos

Modelos probabilísticos:

Distribución binomial (Modelo de Bernoulli):

Ejercicio 1. El gobierno de Nuevo León afirma que la prueba Enlace el cual es aplicado a nivel primaria y Secundaria en todo el país, es un indicador que motiva a las escuelas a mejorar su nivel académico en un 70% de las veces. Si este indicador se lleva a cabo 4 veces en el año, cuál es la probabilidad de que:
a. Las 4 veces que se lleva a cabo en el año el examen sea exitoso?
b. A lo más 2 sean exitosas?

Consideraciones:
Para el a) tenemos:

- Extraer los datos del problema
- Número de ensayos o número de veces en las que se va a aplicar el examen (n=4) la variable *X* toma el valor de *k (k=4)*
- El número de fracasos, probabilidad de éxito y probabilidad de fracaso *(p,q=1-p).*

n = 4 Tamaño de la muestra o número de ensayos.
k = 4 Número de éxitos.
n - k = 0 Número de Fracasos.
p =0.7 Probabilidad de éxito.
q = 0.3 Probabilidad de fracaso.
! = Factorial de un número.

- Sustituir los datos en la Función de distribución de Probabilidad de la Distribución Binomial

$$P(X=k)=P(k,n,p)= {}_nC_k\,(p^k)(Q^{n-k})=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}(p^k)(q^{n-k})$$

Para el b) tenemos:

- Número de ensayos o número de veces en las que se va a aplicar el examen (n=4) la variable *X* toma el valor de *k (k=0,k=1y k=2))*
- El número de fracasos, probabilidad de éxito y probabilidad de fracaso *(p,q=1-p).*
- Sustituir los datos en la Función de distribución Binomial las veces que sean necesarias.

$$P(X=k)=P(k,n,p)= {}_nC_k\,(p^k)(Q^{n-k})=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}(p^k)(q^{n-k})$$

- Sumar las probabilidades resultantes, para obtener la probabilidad correspondiente.

Ejercicio 2. Durante un estudio de sondeo, se obtuvo como resultado que el 40% de los artículos que se consumen en una tienda de autoservicio corresponde a los artículos de origen japonés. Suponiendo que se seleccionan al azar 7 personas que han comprado artículos en esa tienda de autoservicio.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que sólo 5 personas hayan comprado un artículo de origen japonés?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 6 personas hayan comprado artículos de origen japonés?

Consideraciones:
Para el **a)** tenemos:

- Extraer los datos del problema
- Número de ensayos o número de veces (n=7) la variable *X* toma el valor de *k (k=5)*
- El número de fracasos, probabilidad de éxito y probabilidad de fracaso *(p,q=1-p).*

n = 7, tamaño de la muestra.
k = 5, número de éxitos. Ya que se desea que sólo 5 personas hayan consumido un artículo de origen japonés
$n - k$ = 7-5= 2, número de Fracasos.
p = 0.4, probabilidad de éxito.
$q = 1 – p = 1 – 0.4 = 0.6$, probabilidad de fracaso.

- Sustituir los datos en la Función de distribución de Probabilidad de la Distribución Binomial.

b. Se está pidiendo, se calcule la probabilidad de que por lo menos 6 personas hayan comprado un artículo de origen japonés, es decir, *k* puede ser 6, 7
$P(k)$ = P(6) + P(7)
Entonces, hay que obtener las probabilidades de obtener 6 y 7 éxitos para después sumarlas y encontrar la solución.

Ejercicio 3. Fernando Platas es un clavadista de talle mundial, se sabe que por cada clavado que ejecuta existe una probabilidad de 0.88 de que lo realice perfectamente. El próximo mes se realizarán competencias internacionales en Tampa Bay . Todos los participantes registrados tendrán 10 oportunidades para mostrar sus capacidadades, y deberán presentar mínimo 5 clavados perfectos para poder ser aceptados. Fernando Platas se ha registrado en dichas competencias.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que Fernando Platas se considere aceptado en su sexta prueba?
b. ¿Cuál es la probabilidad de que Fernando Platas se considere aceptado en su octava prueba?

Consideraciones:
a) y **b)** el valor de n, se considera la 6 y la 8 respectivamente, sustituir en la fórmula.

Ejercicio 4. En cierta ciudad, el número de coches modelo 2001 o posteriores representa 30% del parque vehicular. Si se escoge una muestra aleatoria de 5 coches, calcula la probabilidad

a) de que al menos dos sean 2001 o posterior.
b) que en esta muestra haya cuando menos dos y máximo cuatro coches.

Consideraciones:
Para el inciso a):

- Extraer los datos del problema
- Número de ensayos (n=5) la variable *X* toma el valor de *k (k=2,3,4 y5) porque* $x \geq 2$
- El número de fracasos, probabilidad de éxito y probabilidad de fracaso *(p,q=1-p).*
- Para este caso se recomienda el uso de tablas.

$$P(x\geq 2)=1-\sum_{0}^{1} b(1,5,0.3)$$

		P				
n	x	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50
5	0	0.5905	0.3277	0.1681	0.0778	0.0313
	1	0.9185	0.7373	0.5282	0.3370	0.1875
	2	0.9914	0.9421	0.8369	0.6826	0.5000
	3	0.9995	0.9933	0.9692	0.9130	0.8125
	4	1.0000	0.9997	0.9976	0.9898	0.9688
	5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Para el inciso b):

- Extraer los datos del problema
- Número de ensayos (n=5) la variable *X* toma el valor de *k (k=2,3,4) porque* P(4≥x≥2)
- El número de fracasos, probabilidad de éxito y probabilidad de fracaso *(p,q=1-p).*
- Para este caso se recomienda el uso de tablas.

$$P(4 \geq x \geq 2) = = \sum_{0}^{4} b(4,5,0.3) - \sum_{0}^{1} b(1,5,0.3)$$

DISTRIBUCION DE POISSON

Ejercicio 4. El número promedio de perfumes venidos en una hora es de 5. Se desea saber cuál es la probabilidad de que en determinada hora se realicen:

a) 3 ventas
b) 6 ventas.

Consideraciones

- Extraer los datos del problema: la constante positiva o media de la distribución $\lambda = np$, en este caso ya e l ejercicio la da; 5 y la variable aleatoria x para el inciso a) x=3
- Sustituir en la fórmula de distribución de Poisson para determinar los resultados :

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x}}{x!}$$

Ejercicio 5. Los clientes de una gasolinera, llegan a una bomba ocupada en promedio de 3 por minuto. La gasolinera desea saber la probabilidad de que en un minuto determinado se presenten dos o menos llegadas para establecer el número de bombas que deben estar funcionando para dar un mejor servicio.

Consideraciones

- Extraer los datos del problema: la media de la distribución es $\lambda = 3$.
- la variable aleatoria x para este caso (x≤2); por lo tanto: sumar las probabilidades de P(x=0) + P(x=1) + p(x=2)
- Sustituir en la fórmula de distribución de Poisson para determinar los resultados y poder sumar:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\,\lambda^{x}}{x!}$$

- Tomando en cuenta que la variable aleatoria toma varios valores en este ejercicio, se pueden utilizar las tablas de la distribución de Poisson.
- La primer columna presenta los diversos valores que x puede tomar (x≤2)
- El primer renglón presenta los diversos valores de la Media
- Como se sabe estas tablas son acumuladas y donde cruzan la columna 2, con el renglón 3. Es el resultado de la probabilidad.
- Se sugiere realizarlo de las dos formas para verificar su resultado.

Aproximación a la distribución binomial por medio de la distribución de Poisson

Ejercicio 6. Una fábrica de refrescos produce 11,400 refrescos diarios y se reparten pedidos (muestras) de 200 refrescos para cada uno de los centros comerciales. Si en la muestra no aparecen más de dos elementos defectuosos se acepta el lote de refrescos.
¿Cuál es la probabilidad de que un lote sea aceptado, suponiendo que la probabilidad de defectuoso es del 1%?

Consideraciones:

- Extraer los datos del problema: la media de la distribución es λ = np, n (es la muestra) y p (es la probabilidad del refresco defectuoso).
- la variable aleatoria x para este caso (x≤2) puesto que para ser rechazado el lote debe tener más de dos refrescos defectuosos; por lo tanto: sumar las probabilidades de P(x=0) + P(x=1) + p(x=2) para que sea aceptado el lote.
- Considerando que la variable aleatoria toma varios valores en este ejercicio, se pueden utilizar las tablas de la distribución de Poisson.

Ejercicio 7. Durante la revisión de latas de aluminio en una planta productora, se identifican 0.4 imperfecciones en promedio por minuto. Determine las probabilidades de identificar

a) Una imperfección en 3 minutos.
b) Al menos dos imperfecciones en 4 minutos.
c) cuando más una imperfección en 10 minutos.

Consideraciones:

Para el inciso a)

- Extraer los datos del problema: la media de la distribución es λ = 0.4 en un minuto, por lo que se deben considerar el promedio por el tiempo transcurrido. Para el primer inciso λ = 0.4(3)
- la variable aleatoria x para este caso (x=1) ya que para solo pide una imperfección.
- Se sustituyen los datos, y se obtiene el resultado.

Para el inciso b)

- Extraer los datos del problema: la media de la distribución es λ = 0.4 en un minuto, por lo que se deben considerar el promedio por el tiempo transcurrido. En este caso λ = 0.4(4)
- la variable aleatoria x para este caso es $x \geq 2$.
- Se buscan los datos en tablas, y se obtiene el resultado, como en el ejercicio 3.

Ejercicio 8. Una compañía decidió otorgarles a sus 3,000 empleados una prestación poco usual. Si se sabe que la probabilidad de que un empleado haga uso de esa prestación es 0.001.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún empleado de las 3,000 que tiene la empresa haga uso de esa prestación?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 10 empleados hagan uso de esa prestación?

Consideraciones:

Para el inciso a)

- Extraer los datos del problema: la media de la distribución es λ =np, n(número de empleados) p(probabilidad de éxito, en este caso es 0.001)
- la variable aleatoria x para este caso (x=0) ya que ningún empleado harán uso de esa prestación.
- Se sustituyen los datos en la fórmula, y se obtiene el resultado.

Para el inciso b)

- Extraer los datos del problema: la media de la distribución es λ =np, n(número de empleados) p(probabilidad de éxito, en este caso es 0.001)
- la variable aleatoria x para este caso ($x \geq 10$)
- Se busca el valor en tablas y se resta 1 menos el valor encontrado.

Distribución Normal

Ejercicio 9

Una empresa maquiladora de telas para uniformes escolares, realizó un estudio sobre el tiempo de vida útil de una nueva tela que desea lanzar al mercado y detectó que la tela tiene una duración promedio de 18 meses y una desviación estándar de 2 meses. El gerente de la empresa maquiladora, está interesado en saber:

a) ¿Qué probabilidad hay de que la tela tenga un tiempo de vida superior a los 20 meses?
b) ¿Qué probabilidad hay de que la tela tenga una vida inferior a los 14 meses?
c) ¿Qué probabilidad hay de que esta tela tenga un tiempo de vida entre los 14 meses y 20 meses?

Suponga que el comportamiento de esta variable aleatoria es normal.
Consideraciones:

- Extraer los datos del problema (Encontrar media de distribución normal (μ), Desviación estándar (σ) y la variable aleatoria (x))

Para el a):

- la variable aleatoria es *x > 20*
- Sustituir en la fórmula para encontrar a Z

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- En este caso x se convierte en Z y 20 en el valor(cantidad) resultante de Z (1.00)
- Buscar Z en la tabla de distribución normal
- El valor obtenido es el acumulativo , y como P(x > 20) = P(Z > 1) , la probabilidad buscada es: 1 - P(Z ‹ 1)
- Sustituir valores y encontrar la solución.

Para el b):

- Extraer los datos del problema (Encontrar media de distribución normal (μ), Desviación estándar (σ) y la variable aleatoria (x))
- la variable aleatoria es *x < 14*
- Sustituir en la fórmula para encontrar a Z

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- En este caso x se convierte en Z y 14 en el valor(cantidad) resultante de Z
- como *P(x < 14)*., la probabilidad buscada es: P(Z ‹__)
- Buscar Z en la tabla de distribución normal, determinando así el resultado

Para el c):

- Extraer los datos del problema (Encontrar media de distribución normal (μ), Desviación estándar (σ) y la variable aleatoria (x))
- la variable aleatoria es *14 < x < 20*

- Sustituir en la fórmula para encontrar a Z_1 y Z_2 , ya que se tratan de dos valores de x

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- En este caso x se convierte en Z_1 y Z_2
- Como P*(14 < x < 20)*., la probabilidad buscada es: P(14 ‹ x ‹ 20) = P(____‹ Z ‹ ____)
- Buscar Z_1 y Z_2 en la tabla de distribución normal, obtener la resta respectiva y se determina así el resultado.

Ejercicio 10 Una empresa paga a sus empleados un salario promedio de $30 por hora con una desviación estándar de $3. Si los salarios están distribuidos en forma normal.

a) ¿Qué porcentaje de los trabajadores recibe salarios entre $25 y $28 por hora?
b) ¿Cuál es el mínimo salario que reciben los empleados que representan el 5% mas mejor pagados?

Consideraciones:
Para el inciso a):

- Extraer los datos del problema (Encontrar media de distribución normal (μ), Desviación estándar (σ) y la variable aleatoria (x))
- la variable aleatoria es 25 < *x < 28*
- Sustituir en la fórmula para encontrar a Z_1 y Z_2 , ya que se tratan de dos valores de x

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- En este caso se realiza como el ejercicio anterior (c) y el resultado final se multiplica por 100, ya que piden porcentaje y no probabilidad.

Para el inciso b):

- Extraer los datos del problema (Encontrar media de distribución normal (μ), Desviación estándar (σ))
- Considerando el 5% mejor pagados. Representar en la gráfica de la curva normal el 5% mejor pagados, es decir el 5% más alto.
- En probabilidad es 0.05, y buscando en tablas de la normal equivale a 0.95
- Buscar la probabilidad dentro de la tabla de la normal estandarizada e identificar qué valor de Z lo genera
- En caso de que no haya un valor exacto. Tomar el que más se le acerque en caso que se encuentre entre 2 valores, obtener un promedio de ambos.
- Utilizar la fórmula, para despejar el valor de la variable X:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- En este caso el despeje queda: X1=Z1σ+μ
- Sustituir valores y determinar la solución

Ejercicio 11. Los cocientes intelectuales de 500 personas se distribuyen normalmente, es decir, se aproximan a una curva normal, con $\mu=100$ y $\sigma=10$ ¿Cuál es la probabilidad de que una persona escogida al azar tenga un cociente intelectual entre 100 y 110 inclusive?

Consideraciones:

- Extraer los datos del problema
- La variable que se va a estudiar es X_1 y X_2
- Determinar los valores de Z_1 y Z_2
- Realizar la diferencia entre los dos valores obtenidos.
- Con ayuda de la gráfica obtener el resultado e interpretación.

Ejercicio 12. Calcular las siguientes probabilidades usando las áreas bajo la curva normal estándar. Realizar una curva para cada inciso, señalando el área pedida.

a) $P(Z \leq -0.70)$
b) $P(Z \leq 3)$
c) $P(P(-2.5 \leq Z \leq 1.70)$
d) $P(Z \geq -1.25)$
e) $P(0.10 \leq Z \leq 3.49)$

Consideraciones:

- Extraer los datos del problema
- Con ayuda de la gráfica obtener el resultado e interpretación.
- Realizar la diferencia entre los valores obtenidos.

Relación entre la distribución normal y la distribución binomial.

Si se sabe que X una variable aleatoria con distribución binomial con media (μ) = np y una varianza σ^2 = np (1-p) con n muy grande (n >30), una aproximación a la distribución binomial utilizando la distribución normal estandarizada, nos generaría la siguiente fórmula de transformación.

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

Ejercicio 13. Una universidad de alto prestigio, creó un nuevo campus en el estado de Querétaro y está contratando personal; el 40% de las solicitudes son aceptadas ¿Cuál es la probabilidad de que en un grupo seleccionado al azar de 65 solicitudes se acepten a más de 30?

Consideraciones:

- Extraer los datos del problema
- n = 65 (son las solicitudes que se toman al azar)

- p = 40% = 0.40 (probabilidad de éxito)
- Determinar el promedio np
- Determinar la desviación estándar $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$
- La variable que se va a estudiar es $x > 30$
- Obtener el valor tipificado con la fórmula:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- Con ayuda de la gráfica obtener el resultado e interpretación.

De otro modo; Este problema nos presenta una distribución binomial con una muestra n > 30 y una probabilidad de éxito p, ya que n > 30 utilizaremos la fórmula de transformación de la normal estandarizada como una aproximación a la binomial. Por tanto, lo que podemos calcular el valor tipificado directamente:

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

Ejercicio 14. Una empresa cuenta con una línea de corte de lámina, si se sabe que el 10% de las láminas cortadas terminan en mal estado. Del corte de lámina total de un día, se seleccionan 100 láminas aleatoriamente ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 8 láminas se encuentren en mal estado?

Consideraciones:

- Extraer los datos del problema
- n = son las laminas que se toman al azar
- p = 10% = 0.10 (probabilidad de éxito)
- Determinar el promedio np
- Determinar la desviación estándar $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$
- La variable que se va a estudiar es x ≥ 8
- Obtener el valor tipificado con la fórmula:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

- Con ayuda de la gráfica obtener el resultado e interpretación.
- O directamente con la fórmula; con la que se te facilite.

$$Z = \frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}}$$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 3:	Cálculo de eventos aleatorios
Resultado de Aprendizaje:	**3.2** Determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 14	Resolver problemas de modelos probabilísticos

Distribución binomial (Modelo de Bernoulli):

Problema 1. Un aspirante al puesto de Gerente administrativo de una reconocida empresa, necesita acreditar 5 pruebas con pase de excelencia, si la probabilidad de obtener un pase de excelencia es de 0.4

a. ¿Cuál es la probabilidad de obtener el puesto en la octava prueba?
b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener el puesto en la quinta prueba?

Problema 2. La probabilidad de que cierta clase de componente sobreviva a una prueba de choque dada es de 0.7, encuentre la probabilidad de que sobrevivan exactamente dos de los siguientes cuatro componentes que se prueben.

Problema 3. La probabilidad de que un paciente se recupere de una rara enfermedad sanguínea es 0.4. si se sabe que 15 personas contraen esta enfermedad, ¿Cuál es la probabilidad de que:

a) Sobrevivan al menos 10,
b) Sobrevivan de 3 a 8
c) Sobrevivan exactamente 5?

DISTRIBUCION DE POISSON

Problema 4. Los clientes de una gasolinera, llegan a una bomba ocupada en promedio de 3 por minuto. La gasolinera desea saber la probabilidad de que en un minuto determinado se presenten dos o menos llegadas para establecer el número de bombas que deben estar funcionando para dar un mejor servicio.

Problema 5. Del ejercicio anterior, supóngase que se desea conocer la probabilidad de que en cierto minuto lleguen mínimo 6 personas a una bomba ocupada. El término mínimo, implica que el valor más pequeño que x puede tomar es 6, es decir, puede tomar el valor de 6, 7, 8, 9,... etc. Es decir $x \geq 6$; x puede ser 6, 7, 8, 9,....etc.

Aproximación a la distribución binomial por medio de la distribución de Poisson

Problema 6. Se tiene una población de 10,000 personas, si la probabilidad de seleccionar a una mujer en esa población es de 0.02; encuentre la probabilidad de que por lo menos haya 2 mujeres en una muestra tomada al azar de 40 personas.

Problema 7. Si en un estudio realizado en una prestigiosa universidad reflejó que 1 de cada 2,000 estudiantes retrasan sus estudios por cuestiones de transporte. Si la universidad cuenta con 45,000 estudiantes. Determina:
a) La probabilidad de que por lo menos 15 estudiantes retrasen sus estudios por cuestiones de transporte.
b) La probabilidad de que a lo más 20 estudiantes retrasen sus estudios por cuestiones de transporte.

Distribución Normal

Problema 8. Las estaturas de 300 estudiantes se distribuyen de manera normal de tal forma que el promedio es igual 152 cm y su desviación es de 35 cm. Determina la probabilidad de estudiantes con estaturas:

a) Mayor o igual a 160 cm
b) Menor o igual a 156cm
c) Mayor o igual a 145cm
d) Entre 140 y 167 cm

Problema 9. Si los salarios en México se distribuyen de manera normalmente con μ igual a $150 al día con una desviación de $ 15 ; calcular:

a) La puntuación tipificada que le corresponda a 165 (Z)
b) La probabilidad de que una persona gane entre $145 y $160
c) La puntuación tipificada que le corresponda a 180
d) La puntuación tipificada que le corresponda a 140
e) La probabilidad de que una persona gane más de $180

Problema 10. Un fabricante afirma que los focos que produce su compañía tienen una duración promedio de 1000 horas con un varianza de 14400. Supóngase que se compran 36 de estos focos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que tengan una duración menor a 970 horas?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que tenga una duración entre 900 y 1020 horas?

Problema 11. Las ventas mensuales realizadas por una tienda de autoservicio, sigue una distribución normal con una media de $800,000.00 y una desviación estándar de $50,000.00. La tienda de autoservicio, desea conocer:

a) El rango de valores entre los que se encuentra aproximadamente el 68% de las ventas mensuales.
b) El rango de valores entre los que se encuentra aproximadamente el 95% de las ventas mensuales.
c) El rango de valores entre los que se encuentra aproximadamente el 99% de las ventas mensuales.

Relación entre la distribución normal y la distribución binomial.

Problema 12. La probabilidad de que un paciente se recupere de una rara enfermedad de la sangre es de 0.4. si se sabe que 100 personas contraen esta enfermedad , ¿Cuál es la responsabilidad de que menos de 30 sobrevivan?

Problema 13. Una prueba de opción múltiple tiene 200 preguntas cada una con cuatro respuestas posibles de las que solo una es la correcta. ¿Cuál es la probabilidad de que con puras conjeturas se obtengan de 25 a 30 respuestas correctas para 80 de los 200 problemas acerca de los que el estudiante no tiene conocimientos?

Problema 14. Un proceso para fabricar un componente electrónico tiene 1% de defectuosos. Un plan de control de calidad es seleccionar 100 artículos del proceso, y si ninguno esta defectuoso el proceso continúa. Use la aproximación normal a la binomial para encontrar

a) La probabilidad de que el proceso continúe con el plan de muestreo que se describe;
b) La probabilidad de que el proceso continúe aun si está mal (es decir, si la frecuencia de componentes defectuosos cambia a 5% de defectuosos

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población
Resultado de Aprendizaje:	**4.1** Calcula la estimación puntual y por intervalos para determinar la confiabilidad y exactitud de los resultados de las constantes típicas que la caracterizan.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 15	Resolverá ejercicios en los que determine el valor y la confiabilidad de un parámetro poblacional de los resultados de una o más muestras a partir de la estimación puntual y por intervalos

Error máximo de estimación y tamaño de la muestra.

Ejercicio 1. Un supervisor intenta utilizar la media de una muestra aleatoria de tamaño n=150para estimar la aptitud mecánica promedio (la cual se mide con cierta prueba) de los obreros de la línea de ensamblado en una gran industria. Si por su experiencia puede suponer que $\sigma = 6.2$ para tales datos, ¿Qué podemos asegurar con una probabilidad de 0.99sobre la medida máxima de este error?

CONSIDERACIONES:

- Identificar n, σ, y p
- Determina $\propto$ con α=1-p y calcula $\frac{\alpha}{2}$
- Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar el valor de $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ a partir del valor 1-α/2, interpolando si es necesario.
- Calcula el error máximo de estimación con la fórmula.

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ejercicio 2. En una investigación se quiere determinar el tiempo promedio que un mecánico tarda en intercambiar los neumáticos de un automóvil, y además desea poder asegurar con una confianza del 95% que la media de su muestra sea a lo sumo de 0.50 minutos. Si puede presumir por experiencia que $\sigma = 1.6$ minutos ¿qué tamaño debe tener la muestra?

CONSIDERACI0NES:

- Identificar E, σ, y p

- Determina $\propto$ con α=1-p y calcula $\frac{\alpha}{2}$
- Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar el valor de $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ a partir del valor 1-α/2, interpolando si es necesario.
- Calcula el tamaño de la muestra despejando n de la fórmula:

E= $Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ejercicio 3. En seis determinaciones del punto de fusión del estaño, un químico obtuvo una media de 232.26 grados Celsius con una desviación estándar de 0.14 grados. Si utiliza una media como punto de fundición real del estaño ¿qué puede asegurar el químico con una confianza del 98% acerca del error máximo?

CONSIDERACIONES:

- Identifica el valor de n=6, S=0.14 y p=0.98
- Determina el valor de $\propto$ con α=1-p y calcula $\frac{\alpha}{2}$
- Utiliza las tablas para determinar $t_{\alpha/2}$ para n-1 grados de libertad
- **Calcula el error máximo de estimación con la fórmula**

$$E = t_{\alpha/2} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Estimación por intervalos para muestras grandes y pequeñas

Ejercicio 4. Una muestra aleatoria de tamaño n=100 se extrae de una población con $\sigma = 5.1$. Dado que la media muestral es $\bar{x}$= 21.6, construye un intervalo de confianza del 95% para la media de la población μ.

CONSIDERACIONES:

- Identifica los valores de n, σ, p y $\bar{x}$
- Determina $\propto$ con α=1-p y calcula $\frac{\alpha}{2}$
- Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar el valor de $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ a partir del valor 1-α/2, interpolando si es necesario.
- Determina el intervalo de confianza utilizando la fórmula:
- $\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ejercicio 5: La perdida promedio en el peso de n=16 aspas de cierto intervalo de tiempo en el molino de aspas es de 3.42 gramos, con una desviación estándar de 0.68 gramos. Construye un intervalo con nivel de confianza del 99% para la perdida promedio real del peso de las aspas en las condiciones establecidas.

CONSIDERACIONES:

- Identifica el valor de n=6, S=0.14 y p=0.98
- Determina el valor de $\propto$ con α=1-p y calcula $\frac{\alpha}{2}$
- Utiliza las tablas para determinar $t\alpha_{/2}$ para n-1 grados de libertad
- Determina el intervalo de confianza con la fórmula:

$$\bar{x} - t\alpha_{/2}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t\alpha_{/2}\cdot\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Teorema del límite central.

Ejercicio 6. Seleccionamos aleatoriamente una muestra de tamaño 100 de una población cuya medida es μ y una desviación estándar de 6, ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral diste de μ menos de una unidad?, esto es $P(\mu - 1 < \bar{x} < \mu + 1)$.

CONSIDERACIONES:

- Esta probabilidad se puede hallar utilizando la distribución de probabilidad normal y la fórmula de la variable estándar
- Identifica los valores de las variables n, la media y la desviación estándar de la población, donde sus valores son: 100, $Si\ \bar{x} = \mu - 1$ y 6 respectivamente
- Determina la variable estandarizada Z, y con la fórmula:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Obteniendo un valor negativo.

- Determina el segundo valor de la variable estandarizada, ahora $Si\ \bar{x} = \mu + 1$, obteniendo un valor positivo.
- Determina la probabilidad para el intervalo: $P(\mu - 1 < \bar{x} < \mu + 1) = P(-1.67 < z < 1.67)$ utilizando las tablas de distribución de probabilidad normal.

$$P(\mu - 1 < \bar{x} < \mu + 1) = P(-1.67 < z < 1.67) = 2P(0 < z < 1.67) = 2(0.4525) = 0.9050$$

Ejercicio 7. En un examen de carácter nacional, las calificaciones produjeron $\mu = 72\ y\ \sigma = 10$. ¿Qué tan grande puede ser una muestra de candidatos de la universidad X para que tengamos 10% de probabilidad que la calificación media sea inferior a 70?

CONSIDERACIONES:

- Esta probabilidad se puede hallar utilizando la distribución de probabilidad normal y la fórmula de la variable estándar
- La probabilidad para $P(\bar{x} < 70)$ es igual a 0.10.
- Buscar el valor de z_1 , tal que, por interpolación inversa en la tabla de áreas bajo la curva normal, encontramos que z_1, debe ser igual a –1.28.
- Sustituir los valores en la fórmula :

$$Z = \frac{(\bar{x} - \mu_x)\sqrt{n}}{\sigma_x}$$

- Despejar el valor de n, para determinar el tamaño de la muestra

Ejercicio 8. Los niños de un kínder tienen estaturas que están distribuidas de manera aproximadamente normal con respecto a una media de 39 pulgadas y una desviación estándar de 2 pulgadas. Se toma una muestra de tamaño 25 y se calcula la medida maestral $\bar{x}$. ¿Cuál es la probabilidad de que este valor medio este entre 38.5 y 40 pulgadas?

CONSIDERACIONES:

- Esta probabilidad se puede hallar utilizando la distribución de probabilidad normal y la fórmula de la variable estándar.
- Encontrar $P(38.5 < \bar{x} < 40.0)$
- Determina la variable estandarizada Z, y con la fórmula:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Obteniendo un valor negativo y uno positivo

- Determina el valor de la probabilidad en el intervalo: $P(38.5 < \bar{x} < 40.0) = P(-1.25 < z < 2.50)$ utilizando las tablas de distribución de probabilidad normal

Estimación por intervalos de confianza para medias poblacionales

Ejercicio 9. Las medidas de los diámetros de una muestra al azar de 200 cojines de bolas hechos por una maquina durante una semana dieron una media de 0.824 pulgadas y una desviación típica de 0.042 pulgadas. Halle los límites de confianza del a) 95% y b) 99% para el diámetro medio de todos los cojines.

a) Los límites de confianza del 95% son

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0.824 \pm 1.96 \frac{0.042}{\sqrt{200}} = 0.824 \pm 0.006$$

b) Los límites de confianza del 99% son

$$\bar{X} \pm z_c \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = 0.824 \pm 2.\frac{0.042}{\sqrt{200}} = 0.824 \pm 0.008$$

Ejercicio 10. Al medir el tiempo de reacción, un psicólogo estima que la desviación típica del mismo es de 0.05 segundos. ¿cuál será el número de medidas que deberá hacer para que sea de a) 95% y b) 99% la confianza de que el error de su estima no excederá de 0.01 segundos?

a) Los límites de confianza de 95% son

$\bar{X} \perp \frac{1.96\sigma}{\sqrt{N}}$, *el error de la estima es* $\frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{N}}$. *Tomando* $\sigma - 0.05\ s$,

se tiene que el error sera igual a 0.01 si $\frac{(1.96)(0.05)}{\sqrt{N}} = 96.04$, *por*

lo tanto, se puede estar en la confianza de 95% de que el error de la

estima sera menor de 0.01 si N es 97 o mayor.

b) Los límites de confianza de 99% son

$$\bar{X} \pm \frac{2.58\,\sigma}{\sqrt{N}}\text{, entonces } \frac{2.58(0.50)}{\sqrt{N}} = 0.01\text{, por lo que}$$

$$\sqrt{N} = \frac{(2.58)(0.05)}{0.01} = 12.9\text{. Esto nos da que } N = 166.41\text{, por tanto,}$$

$$\text{se puede estar en la confianza de 99\% de que el error de la estima sera menor}$$

$$\text{de } 0.01 \text{ si } N \text{ es } 167 \text{ o mayor.}$$

Estimación por intervalos de confianza para diferencia entre medias poblacionales

Ejercicio 11. Una muestra de 150 bombillas de fabricante A se dieron una vida madia de 1 400 horas y una desviación estándar de 120 horas. Una muestra de 100 bombillas del fabricante B dieron una vida media de 1 200 horas y una desviación estándar de 80 horas. Hallé los límites de confianza de a) 95% y B 99% para la diferencia de las vidas medias de las poblaciones A y B.

Soluciones:

a) Los límites de confianza de 95 % son :

$$1\,400 - 1\,200 \pm 1\,200 \pm 1.96\sqrt{\frac{120^2}{150} + \frac{80^{\,2}}{100}} = 200 \pm 24.8$$

Se puede esperar con 95% de confianza que la diferencia de las medias de las poblaciones se encuentre entre 175 y 225 horas.

b) Los límites de confianza de 99% son:

$$1\,400 - 1\,200 \pm 2\sqrt{a\frac{120^2}{150} + \frac{80^{\,2}}{100}} = 200 \pm 32.6$$

Se puede esperar con 99% de confianza que la diferencia de las medias de las poblaciones se encuentre entre 167 y 2233 horas.

Nombre del Alumno:		Grupo:	

Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población
Resultado de Aprendizaje:	**4.1** Calcula la estimación puntual y por intervalos para determinar la confiabilidad y exactitud de los resultados de las constantes típicas que la caracterizan.
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 16	Resolver problemas de estimación puntual y por intervalos

Determinación de la estimación por intervalos de confianza

Problema 1. La media y la desviación típica de las cargas máximas soportadas por 60 cables las dan 11.09 toneladas y 0.73 toneladas, respectivamente. Halle los límites de confianza de

a) 95%
b) 99% para la media de las cargas máximas de todos los cables producidos por la compañía.

Problema 2. La media y la desviación típica de los diámetros de una muestra de 250 remaches fabricados por una compañía son 0.72642 pulgadas y 0.00058 pulgadas respectivamente. Halle los límites de confianza de a) 99% b) 98%, c) 95% para el diámetro medio de todos los remaches fabricados por la compañía.

Problema 3. Si la desviación típica de la duración de los tubos de televisión se estima que es de 100 horas, ¿Qué tamaño se muestra deberá tomarse para que sea de a) 95%, b) 90%, c) 99% la confianza de que el error en la madia de la duración estimada no exceda de 20 horas?

Problema 4. ¿Cuáles serán los tamaños d muestra en el problema anterior si el error en la duración media estimada no debe superar las 10 horas?

Problema 5. Una muestra de 200 cerrojos producidos por una maquina mostro que 15 eran defectuosos, mientras que 100 cerrojos de otra máquina 12 eran defectuosos. Halle los límites de confianza del a) 95% b) 99% para la diferencia de proporciones de cerrojos defectuosos de las dos maquinas.

Problema 6. Una compañía fabrica cojines de bolas que tiene un peso medio de 0.638 libras y una desviación típica de 0.012 libras. Halle los límites de confianza de a) 95% b) 99% para los pesos de los lotes de 100 cojines cada uno.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población
Resultado de Aprendizaje:	**4.2** Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 17	Resolver ejercicios que prueben una hipótesis relativa a un parámetro

Pruebas de hipótesis.

Ejercicio 1. Supóngase que en una agencia de protección al consumidor desea aprobar la afirmación de un fabricante de pinturas según la cual el tiempo promedio de secado de su nueva pintura de "secado rápido" es de 20 minutos. Así que se gira instrucciones a un miembro de su equipo de investigación para que pinte 36 tableros con el contenido de 36 diferentes botes de 1 galón de pintura, a fin de rechazar la afirmación de que la media de los tiempos de secado excede 20.75 minutos; de otra manera, aceptara la afirmación y en cualquier caso tomara las medidas correspondientes. Si la desviación estándar de tales tiempos de secado es de 2.4 minutos.

CONSIDERACIONES:

- Identificar que la media real es de μ =20 minutos.
- Investiga en primer lugar la posibilidad de que la media muestral exceda 20.75 minutos, P(x≥20.75)
- Determina la variable estandarizada Z con la fórmula:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

- Determina el valor de la probabilidad en el intervalo: P (x≥20.75)=1 – P (Z≤20.75) utilizando las tablas de distribución de probabilidad normal con el valor de Z, aplicando interpolación si es necesario.
- **Se afirma que la probabilidad de rechazar erróneamente la hipótesis μ=20 es el valor determinado anteriormente.**
- Consideramos una μ diferente a 20 minutos, es decir, por ejemplo una media real de μ=21 minutos
- Determinar la probabilidad para una media muestral menor o igual a 20.75 minutos
  - Determina la variable estandarizada Z, y con la fórmula:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

  - Determina el valor de la probabilidad en el intervalo: P (x≤20.75)= 1- P (Z≤20.279), utilizando las tablas de distribución de probabilidad normal con el valor de Z, aplicando interpolación si es necesario.

- **Se afirma que la probabilidad e equivocarse al aceptar la hipótesis μ=20 es el valor aproximadamente determinado anteriormente.**

Nota: las características de esta prueba de hipótesis se resumen en la siguiente tabla:

	Se acepta H	Se rechaza H
H es verdadera	Decisión correcta	Error de tipo I
H es falsa	Error de tipo II	Decisión correcta

- Si la hipótesis H es verdadera y se acepta, o falsa y se rechaza, la decisión será correcta en ambos casos.
- Si se la rechaza y es verdadera, se rechaza erróneamente (error de tipi I con probabilidad $=\alpha$, llamado nivel de significancia); y si es falsa y se acepta, se le acepta erróneamente (error de tipo II, con probabilidad $=\beta$).

- Para este problema $\alpha=0.03$ y $\beta=0.27$ cuando $\mu=21$

Hipótesis nula y pruebas de significancia

Ejercicio 2. Del ejercicio 1 identifica la hipótesis nula y la alterna.

CONSIDERACIONES:

- La hipótesis nula es $\mu=20$ minutos
- La hipótesis alterna es $\mu > 20$.

Ejercicio3. Si deseamos mostrar que el tiempo promedio requerido para efectuar cierta tarea es menor de 15 minutos, identifica la hipótesis nula y alterna:

CONSIDERACIONES:

- La hipótesis nula es $\mu=15$ minutos
- La hipótesis alterna es $\mu < 20$.

Ejercicio 4. Un fabricante de utensilios está considerando la conveniencia de adquirir una nueva máquina para grabar las piezas de lámina metálica. Si μ_0 es el número promedio de piezas de buena calidad grabadas por hora en su máquina actual y si μ es el promedio correspondiente a la nueva máquina, el fabricante quiere probar la hipótesis nula $\mu=\mu_0$ contra una alternativa adecuada ¿Cuál sería la hipótesis si

a) No quiere comprar la nueva máquina a menos que sea más productiva que aquella con la que trabaja actualmente.
b) Quiere comprar la maquina nueva (la cual ofrece alguna otras características atractivas) a menos que sea menos productiva que la que tiene actualmente.

CONSIDERACIONES:

- Fórmula una hipótesis nula simple y una hipótesis alterna apropiada que se acepte cuando la hipótesis nula sea rechazada
  - La hipótesis nula es $\mu=\mu_0$ y la alternativa es $\mu>\mu_0$ y adquirirá la nueva máquina solo si la hipótesis nula puede rechazarse.
  - La hipótesis alterna es $\mu=\mu_0$ y la alternativa es $\mu<\mu_0$ y adquirirá la maquina nueva a menos que la hipótesis nula pueda rechazarse

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población
Resultado de Aprendizaje:	**4.2** Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 18	Resolver problemas que prueben una hipótesis relativa a un parámetro

Pruebas de hipótesis

Problema 1. Supón que a una empresa de ingeniería se le pide verificar la seguridad de una presa ¿Qué tipo de error cometería si se equivoca al rechazar la hipótesis nula de que la presa es segura? ¿Qué tipo de error cometería si se equivoca al aceptar la hipótesis nula de que la presa es segura?

Problema 2. Supón que deseamos probar la hipótesis nula de que un dispositivo anticontaminante para automóviles es eficaz. Explica en qué condiciones cometeríamos un error de Tipo **I** y en qué condiciones cometeríamos un error de Tipo **II.**

Problema 3. Si el criterio del **ejercicio 1** se modifica de tal manera que la afirmación del fabricante de pinturas es rechazada para $\bar{x}$ >20.50 minutos, calcula

a) la probabilidad de cometer un error de tipo **I**;

b) la probabilidad de cometer un error de tipo **II** cuando **μ** =21 minutos.

Problema 4. Un proceso para fabricar tubos de acero está bajo control si el diámetro de cada tubo tiene una medida de 3.000 pulgadas con una desviación estándar de 0.0250 pulgadas. Para verificar si el proceso está bajo control, una muestra aleatoria de tamaño n=30 se toma todo los días y la hipótesis nula es **μ=** 3.000 se rechaza si la muestra $\bar{x}$ es menor que 2.9960 o mayor que 3.0040. Encuentra:

a) la probabilidad de un error Tipo **I**

b) la probabilidad de cometer un error de Tipo II cuando μ=3.0050 pulgadas.

Problema 5. Supón que en el ejemplo del tiempo de secado del **ejercicio 1**, n se cambia de 36 a 50 mientras que todo lo demás permanece igual. Calcula:

a) la probabilidad de cometer un error de Tipo I

b) la probabilidad de cometer un error de Tipo **II** cuando **μ**= 21 minutos.

Problema 6. Se desea probar la hipótesis nula **μ** = 100 libras contra la hipótesis alterna **μ** < 100 libras con base en una muestra aleatoria de tamaño n = 40 extraída de una población con **σ** = 12. ¿Para qué valores de $\bar{x}$ debe rechazarse la hipótesis nula si la probabilidad de un error de tipo **I** es α = 0.01?

Problema 7. Supón que, para una población determinada **σ** =8.4 pulgadas cuadradas, queremos probar la hipótesis nula **μ =**80.0 pulgadas cuadradas contra la hipótesis alterna **μ**<80.0 pulgadas cuadradas con base en una muestra aleatoria de un tamaño n = 100

a) si la hipótesis nula se rechaza para $\bar{x}$ < 78.0 pulgadas cuadradas y en los demás casos es aceptada, ¿cuál es la probabilidad de cometer un error de Tipo **I?**

b) ¿Cuál es la respuesta a la parte(a) si la hipótesis nula es μ >=80.0 en lugar de **μ =**80.0 pulgadas cuadradas?

Problema 8. Si la hipótesis nula **μ** = μ_0 debe probarse con base en una gran muestra aleatoria contra la hipótesis alterna **μ <** μ_0 **(o μ >** μ_0**)**, la probabilidad de cometer un error de Tipo **I** debe ser **α** y la probabilidad de un error de Tipo **II** debe ser **β** para **μ =** μ_1, puede mostrarse que el tamaño de una muestra requerida es

$$n = \frac{\sigma^2(z_\alpha + z_\beta)^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$$

Donde σ^2 es la variancia de la población.

a) Se desea probar la hipótesis nula **μ** = 40 contra la hipótesis alterna **μ < 40** con base en una gran muestra aleatoria de una población con **σ** = 4. Si la probabilidad de cometer un error de Tipo **I es** 0.05 y la probabilidad e cometer un erro de Tipo **II** es 0.12 para **μ =** 38, encuentra el tamaño requerido de la muestra.

b) supongamos que queremos probar la hipótesis nula **μ =** 64 contra la hipótesis alterna **μ <** 64 para una población cuya desviación estándar es **σ** = 7.2. ¿De qué tamaño debe ser la muestra que extraigamos si α debe ser 0.05 y **β** debe ser 0.01 para **μ** = 61? ¿Además, para que valores de $\bar{x}$ debe rechazarse la hipótesis nula?

Problema 9. El departamento de policía de una ciudad está estudiando la convivencia de reemplazar los neumáticos de sus vehículos con llantas radiales. Si μ_1 es el número promedio de millas que obtienen con los neumáticos que usan actualmente y si μ_2 es el número promedio de millas que obtendrán con los nuevos, la hipótesis nula que querrán es $\mu_1 - \mu_2 = 0$.

a) ¿Qué hipótesis alterna debería utilizar si no quieren comprar llantas radiales a menos que sea probado definitivamente que dan mejor kilometraje? En otras palabras, el peso de la prueba se coloca sobre las llantas radiales y los neumáticos actuales se conservan a menos de que la hipótesis nula pueda rechazarse.

b) ¿Qué hipótesis alterna deberían emplear si están ansiosos de adquirir las nuevas llantas (las cuales tienen algunas otras características atractivas) a menos de que realmente den un kilometraje mucho más pobre que las llantas actuales? Nótese que ahora el peso de la prueba cae sobre los neumáticos actuales, los cuales serán conservados sólo si la hipótesis nula puede rechazarse.

Problema 10. Un productor de plástico moldea por eyección calcula que su existencia diaria promedio es de 1,250 unidades, Una nueva política de mercado se está llevando a cabo y se desea probar la hipótesis nula de que la existencia diaria promedio se aun la misma. ¿Qué hipótesis alterna debería utilizar si

a) ¿Se desea saber si la nueva política cambia o no la existencia diaria promedio:

b) Se desea demostrar que la nueva política en realidad reduce la existencia diaria promedio:

c) La nueva política será retenida con tal de que no pueda mostrarse que en realidad incrementa la existencia diaria promedio?

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población
Resultado de Aprendizaje:	**4.2** Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 19	Resolver ejercicios de pruebas de hipótesis relativas a una media.

Pruebas de hipótesis con respecto a una media

Ejercicio 1. Deseamos probar con base en $n = 35$ determinaciones y con un nivel de significancia de α= 0.05 si la conductividad térmica de cierto tipo de ladrillo es 0.340, como se asegura. Según información recabada en estudios similares, podemos esperar que la variabilidad de tales determinaciones está dada por σ = 0.010.

CONSIDERACIONES:

- Aplica las cinco etapas para abordar un problema consistente de pruebas de hipótesis:
  1. Formulamos una hipótesis nula simple y una hipótesis alterna apropiada que aceptamos cuando la hipótesis nula debe ser rechazada.
  2. Especificamos la probabilidad de un error de tipo I; si es posible, conveniente o necesario, podemos especificar también la probabilidad de errores de tipo II para alternativas particulares.
  3. Con base a la distribución muestral de un estadístico apropiado, construimos un criterio para probar la hipótesis nula contra la alternativa determinada.
  4. Calculamos de los datos del valor del estadístico sobre el cual se basa la decisión.
  5. Decidimos rechazar la hipótesis nula , aceptarla o nos abstenemos de tomar una decisión.

- $1. \, Hipotesis \; nula: \mu = 0.340$
  $Hipotesis \; alterna: \mu \neq 0.340$
  $Nivel \; de \; significancia: \alpha = 0.05$

- La hipótesis alterna es bilateral debido a que deseamos rechazar la hipótesis nula si la media de las determinaciones es significativamente menor o mayor que 0.340.

- 2. Calculamos las probabilidades de acuerdo a las regiones críticas de la siguiente tabla:

REGIONES CRÍTICAS PARA PROBAR $\mu = \mu_0$

(POBLACION NORMAL Y σ CONOCIDA, O GRANDES MUESTRAS)

Hipótesis alterna	Rechazamos la hipótesis nula si:
$\mu < \mu_0$	$z < -z_\alpha$
$\mu > \mu_0$	$z > z_\alpha$
$\mu \neq \mu_0$	$z < -z\alpha/_2$ o $z < z\alpha/_2$

- Tomamos el nivel de significancia para α= 0.05, por lo tanto, determinamos las líneas divisorias, o valores críticos a partir de P=1-α , buscando el valor en la tabla de distribución normal estándar y si es necesario in terpolar, para encontrar el valores correspondiente de -Z1 y Z2.son alternativas unilaterales
- Para las alternativas bilaterales tomando α=0.025 determinamos las líneas divisorias, o valores críticos a partir de P=1-α , buscando el valor en la tabla de distribución normal estándar y si es necesario in terpolar, para encontrar el valores correspondiente de -Z1 y Z2
- Tomamos el nivel de significancia para α= 0.01, por lo tanto, determinamos las líneas divisorias, o valores críticos a partir de P=1-α , buscando el valor en la tabla de distribución normal estándar y si es necesario in terpolar, para encontrar el valores correspondiente de-Z1 y Z2.son alternativas unilaterales
- Para las alternativas bilaterales tomando α=0.005 determinamos las líneas divisorias, o valores críticos a partir de P=1-α , buscando el valor en la tabla de distribución normal estándar y si es necesario in terpolar, para encontrar el valores correspondiente de -Z1 y Z2.
- 3.Suponemos una media de0.343 de las 35 determinaciones
- Criterios; Rechazamos la hipótesis si $z < -1.96$ o $z > 1.96$, donde

- Cal culos ; $z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{0.343 - 0.340}{0.010\sqrt{35}} = 1.77$

- Decisión: Puesto que z =1.77 cae sobre el intervalo de -1.96 a 1.96, la hipótesis nula no puede rechazarse; dicho en otros términos, la diferencia entre $\bar{x} = 0.343$ y $\mu = 0.340$ puede atribuirse al azar.

- El área total bajo la curva normal estándar a la izquierda de -1.77 y a la derecha de 1.77, y es igual a 2(1-0.9616)= 0.768. Este valor excede de 0.05, lo cual concuerda con el resultado anterior; pero obsérvese que dar una probabilidad de cola no nos exime de la responsabilidad de especificar el nivel de significancia antes de que la prueba se efectué.

Ejercicio 2.Una empresa de transportes desconfía de la afirmación de que la vida útil promedio de ciertos neumáticos es al menos de 28000. Para verificar la afirmación, se colocan 40 de estos neumáticos en sus camiones y obtiene una vida útil promedio de 27463millas con una desviación estándar de 1348 millas. ¿Qué puedes concluir de ese dato si la probabilidad de un error de tipo 1 es a lo sumo 0.01?

CONSIDERACIONES:

- PRIMER ETAPA: $Hipotesis\ nula: \mu \geq 28{,}000\ millas$

  $Hipotesis\ alterna: \mu < 28{,}000 millas$
- ETAPA 2: Nivel de significancia $\alpha \leq 0.01$
- ETAPA 3: Criterio; Puesto que la probabilidad de un error del Tipo I es más grande cuando μ = 28, 000 millas, procedemos como si estuviésemos probando la hipótesis nula μ = 28, 000 millas contra la hipótesis alterna μ = 28, 000 millas con un nivel de significancia de 0.01. Así pues, la hipótesis nula debe rechazarse si z $< -2.33, donde$

  $Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

  Con σ reemplazado por s.
- ETAPA 4: Cálculos:

  $Z = \frac{27{,}463 - 28{,}000}{1{,}348/\sqrt{40}} = 2{,}52$
- ETAPA 5: Decisión: Puesto que z = -2.52 es menor que -2.33 la hipótesis nula debe rechazarse; en otras palabras, se confirma la sospecha de la empresa de que μ <28,000 millas. Si el tamaño de la muestra es muy pequeño y se desconoces σ, las pruebas descritas no pueden aplicarse.

Ejercicio 3: Las especificaciones para cierta clase de banda exigen una resistencia media a la ruptura de 180 libras. Si cinco de las bandas (aleatoriamente seleccionadas en diferentes cajas) tienen una resistencia media de 169.5 libras, con una desviación estándar de 5.7 libras, prueba la hipótesis nula de que $\mu = 180\ libras$ contra la hipótesis alterna de que: $\mu < 180\ libras\ con\ un\ nivel\ de\ significancia\ de\ 0.01.$

CONSIDERACIONES:

- **1.** Hipótesis nula: $\mu = 180\ libras$
  Hipótesis alterna: $\mu < 180\ libras$
- **2.** Nivel de significancia; $\alpha = 0.01$
- **3.** Criterio; Rechaza la hipótesis nula si t < -3.747, donde 3.747 es el valor de $t_{0.01}$ para 5-1 = 4 grados de libertad y

$$t = \frac{\bar{x} - \mu^{0}}{s/\sqrt{n}}$$

- 4. Cálculos

$$t = \frac{169.5 - 180}{5.7/\sqrt{5}} = 4.12$$

- Decisión: Dado que t = -4.12 es menor que – 3.747, la hipótesis nula debe rechazarse: en otras palabras, la resistencia a la ruptura está por debajo de las especificaciones. La probabilidad exacta de la cola o valor p, no puede ser determinada a partir de la tabla 4, pero es igual a 0.0073.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población
Resultado de Aprendizaje:	**4.2** Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 20	Resolver problemas de pruebas de hipótesis relativas a una media.

Pruebas de hipótesis con respecto a una media

Problema 1. De acuerdo con las normas establecidas para un examen de aptitud mecánica, las personas de 18 años deberían promediar 73.2 con una desviación estándar de 8.6. Si 45 personas de esa edad aleatoriamente elegidas promediaron 76.7, prueba la hipótesis nula de que μ = 73.2 contra la hipótesis alterna de que $\mu > 73.2$ con un nivel de significancia de 0.01.

Problema 2. Las pruebas efectuadas en una muestra aleatoria de 40 motores diesel producidos por un gran fabricante mostraron que tenían una eficiencia térmica promedio de 31.4%, con una desviación estándar de 1.6%. Dado un nivel de significancia de 0.01, prueba la hipótesis nula de que μ=32.3% contra la hipótesis alternativa de que $\mu \neq 32.3\%$

Problema 3. En 64 horas de producción aleatoriamente escogidas, la media y la desviación estándar del número de piezas aceptables producidas por una maquina de estampado automático son $\bar{x} = 1{,}038$ y $s = 146$. ¿Con un nivel de significancia de 0.05 nos permiten estos resultados rechazar la hipótesis nula de que $\mu = 1{,}000$ contra la hipótesis alterna de que $\mu > 1{,}000$?

Problema 4. Un oceanógrafo quiere verificar si la profundidad media en cierta región es de 67.4 brazas, como previamente ha registrado ¿Qué puede concluir con un nivel de significancia de 0.01 si los sondeos efectuados en 40 puntos aleatorios en la región producen una media de 69.3 brazas, con una desviación estándar de 5.4 brazas?

Problema 5. En una discusión entre la administración y el personal, de cierta planta salió a colación que los trabajadores tardan en promedio 32.6 minutos para llegar al trabajo. Si una muestra aleatoria de 60 trabajadores tardo en promedio 33.8 minutos, con una desviación estándar de 6.1 minutos. ¿Podemos rechazar la hipótesis nula de que $\mu = 32.6$ contra la hipótesis alterna de que $\mu > 32.6$ con un nivel de significancia de 0.05?

Problema 6. En una muestra aleatoria de seis varillas de acero se obtuvo una resistencia media a la compresión de 58,392 psi (libras por pulgada cuadrada) con una desviación estándar de 648 psi. Emplea esta información y un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$ para probar si la media de la resistencia real a la comprensión del acero del cual proviene esta muestra de 58,000 psi.

Problema 7. Dada una muestra aleatoria de 5 envases de diferentes lotes, queremos probar si la proporción efectiva de cierta clase de helados es mayor que 14%. ¿Qué podemos concluir, con un nivel de significancia de 0.01 sobre hipótesis nula de que $\mu = 14\%$ si la muestra tiene la media $\bar{x}$ =14.9% la desviación estándar s= 0.42%?

Problema 8. Un técnico de laboratorio asegura que, en promedio, no tarda más de 7.5 minutos en efectuar una tarea determinada. Si se cronometro 20 veces en la ejecución de la tarea, obteniendo $\bar{x}$ = 7.9 y s= 1.2 y la probabilidad de un error de Tipo I es a lo sumo 0.05, ¿constituye esto una prueba en contra de la afirmación del técnico?

Problema 9. Pruebas efectuadas con seis modelos experimentales de motores mostraron que permanecieron operando durante 24, 28, 21, 23,32 y 22 minutos con un galón de cierta clase de combustible. Si la probabilidad de cometer un error Tipo I es a lo sino 0.01. ¿Es esto una evidencia en contra de la afirmación de que en promedio esta clase de motor operara al menos durante 29 minutos por galón de esta clase de combustible?

Problema 10. Cinco mediciones del contenido de alquitrán de cierta clase de cigarrillo producen los resultados 14.5, 14.2 ,14.4, 14.3 y 14.6 mg por cigarrillo. Prueba que la diferencia entre el promedio de esta muestra que es $\bar{x}$ = 14.4, y la media del contendió de alquitrán que indica el fabricante, μ = 14.0, es significativo en $\alpha = 0.05$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población		
Resultado de Aprendizaje:	**4.2** Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma		
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 21	Resolver ejercicios de regresión lineal simple para el ajuste de curvas e inferencias basada en mínimos cuadrados		

Ajuste de líneas por el método de mínimos cuadrados

Ejercicio 1. Los siguientes datos son las mediciones de la velocidad del aire y del coeficiente de evaporación de las gotitas de combustible en una turbina de propulsión

Velocidad del aire (cm/seg.) X	20	60	100	140	180	220	260	300	340	380
Coeficiente de evaporación (mm^2/seg.) Y	‘0.18	0.37	0.35	0.78	0.56	0.75	1.18	1.36	1.17	1.65

Ajusta una línea recta a estos datos por el método de mínimos cuadrados, y utiliza para estimar el coeficiente de evaporación de una gotita cuando la velocidad del aire es de 190 cm/seg.

CONSIDERACIONES:

- n=10
- Calcula la sumatoria de x utilizando la ecuación $\sum_{i=1}^{n} x_i = 2{,}000,$
- Calcula la sumatoria: $\sum_{i=1}^{n} x^2_i = 532{,}000$
- Calcula la sumatoria: $\sum_{i=1}^{n} y_i = 8.35,$
- Calcula la sumatoria : $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 2{,}175.40$
- Aplica las ecuaciones normales:

$\sum_{i=1}^{n} y_i = an + b\sum_{i=1}^{n} x_i$ y

#

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = \alpha \sum_{i=1}^{n} x_i + b \sum_{i=1}^{n} x^2{}_i$$

- Se sustituyen valores obteniendo el sistema de ecuaciones:

  8.35 = 10 α + 2,000 b …….1

  2,175.40 = 2,000 α + 532,000 b…….2

- Se resuelve el sistema, donde a=0.069 y b= 0.0038
- Se sustituyen los valores de a y b en la ecuación lineal: ŷ = 0.069 + 0.0038 x
- Se predice el coeficiente de evaporación, sustituyendo la velocidad del aire para x= 190 cm/seg. Obteniéndose 0.79 mm^2/seg.

Ejercicio 2. Conforme el ejercicio anterior, construye un intervalo con un nivel de confianza del 95% para el coeficiente de regresión α.
CONSIDERACIONES:

- Calcula:
  $\sum_{i=1}^{n} y_i^2$ = 9.1097
- Obtenemos en primer término los valores muéstrales aplicando las fórmulas:

$$s_{yy} = n \sum_{i=1}^{n} y^2{}_i - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2$$

$$s_{xy} - n \sum_{i-1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i-1}^{n} x_i\right) \left(\sum_{i-1}^{n} y_i\right)$$

$$S_{xx} = n\sum_{i=1}^{n} x^2_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2$$

- Cálculos:

S_{xx} = 10(532, 000) – (2,000)^2 = 1,320,000
S_{yy} = 10(9.1097) – (8.35)^2 = 21 .3745
S_{xy} =10(2,175.40) – (2,000)(8.35) = 5,054.00

- Se determina la estimación de σ^2 con la fórmula:

$$s_e^2 = \frac{S_{xx}S_{yy}-(S_{xy})^2}{n(n-2)S_{xx}} = \frac{(1,320,000)(21.3745)-(5,054.00)^2}{(10)(8)(1,320,000)} = 0.0253$$

- Se calcula $t_{0.025}$ = 2.306 para 10 - 2 = 8 grados de libertad, se obtienen los límites con una confianza del 95%
- Se determina los límites de confianza para el coeficiente de regresión con la fórmula:

$$a \pm t_{\alpha/2}\cdot S_e\sqrt{\frac{S_{xx}+(n\bar{x})^2}{nS_{xx}}} \qquad b \pm t_{\alpha/2}\cdot S_e\sqrt{\frac{n}{S_{xx}}}$$

Donde: a = $\bar{y}$ - b · $\bar{x}$ y b = $\frac{S_{xy}}{S_{xx}}$

Entonces: 0.069± (2.306)(0.159) $\sqrt{\frac{1,320,00 + (2,000)^2}{10(1,320,000)}}$

- El intervalo de confianza es :

  -0.164<α<0.302

Ejercicio 3. Con base en al ejercicio 1, prueba la hipótesis nula de que β = 0 contra la hipótesis alterna de que β ≠ 0 con un nivel de significancia 0.05.

CONSIDERACIONES:

1. Hipótesis nula: β = 0
   Hipótesis alterna: β ≠ 0
2. Nivel de significancia: α = 0.05

3. Criterio: Se rechaza la hipótesis nula si t < -2.306 o t >2.306, donde 2.306 es el valor de $t_{0.025}$ para 10-2 = 8 grados de libertad.
4. Calcúlalos: Usando la fórmula:

$$t = \frac{(b-\beta)}{S_e}\sqrt{\frac{S_{xx}}{n}} = \frac{0.0018-0}{0.189}\sqrt{\frac{1,822,000}{10}} = 8.36$$

- 5. Decisión. Dado que t = 8.36 sobre pasa a 2.306, la hipótesis nula debe ser rechazada; concluimos que existe una relación entre la velocidad del aire y el coeficiente de evaporación promedio. (La relación se línea por las suposiciones que fundamentan la prueba.)

Ejercicio 4. En relación al ejercicio 1, construye un intervalo con un nivel de confianza del 95% para el coeficiente de evaporación medio cuando la velocidad del aire es 190 cm/seg.

CONSIDERACIONES:

- Aplica la fórmula:

$$a \pm t_{\alpha/2} \cdot S_e\sqrt{\frac{S_{xx}+(n\bar{x})^2}{n S_{xx}}}$$

- El intervalo de confianza es:

$$0.67 < \alpha + 190\beta < 0.91$$

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 4:	Determinación de parámetros de una población		
Resultado de Aprendizaje:	**4.2** Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma		
Ejercicio/Problema/Actividad núm. 22	Resolver problemas de regresión lineal simple para el ajuste de curvas e inferencias basada en mínimos cuadrados		

Problema 1. Una compañía de productos químicos desea estudiar los efectos que el tiempo de extracción tiene en la eficiencia de una operación de extracción, obteniendo los datos que aparecen en la siguiente tabla:

eficiencia de extraccion (minutos) x	*tiempo de extraccion (%)* y
27	57
45	64
41	80
19	46
35	62
39	72
19	52
49	77
15	57
31	68

(a) Dibuja un diagrama de dispersión para verificar que una línea recta se ajusta bien a los datos, bosqueja una línea recta a ojo, y con ella predice la eficiencia de la extracción que puede esperarse cuando el tiempo de extracción es de 35 minutos.

(b) Ajusta una línea recta a los datos con el método de mínimos cuadrados y utilízala para predecir la eficiencia de extracción que puede esperarse cuando el tiempo de extracción es de 35 minutos.

Problema 2. Verifica los valores obtenidos para a y b en la parte (b) del problema anterior, utilizando las siguientes fórmulas.

$$a = \frac{(\sum_x 2\ )(\sum y - (\sum x)(\sum xy)}{n(\sum_x 2\ ) - (\sum_x\ )2}$$

$$b = \frac{n(\sum xy\ ) - (\sum x)(\sum y)}{n(\sum_x 2\ ) - (\sum_x\ )2}$$

Problema 3. En la tabla siguiente, x es la fuerza de tensión aplicada a una probeta de acero en miles de libras y y es la elongación resultante en milésimas de pulgada:

x	1	2	3	4	5	6
y	14	33	40	63	76	85

(a) Grafica los datos para comprobar si es razonable suponer que la regresión de y sobre x es lineal.

(b) Emplear las fórmulas del problema anterior para hallar la línea de mínimos cuadrados y con ella predice la elongación cuando la tensión es de 3.5 miles de libras

Problema 4. Conforme al ejercicio anterior, construye un intervalo con un nivel de confianza del 95% para β, la elongación por miles de libras de fuerza de tensión y encuentre los límites de predicción del 95% para la elongación de una probeta cuando $x = 3.5$ miles de libras.

Problema 5. La siguiente tabla indica cuantas semanas trabajo una muestra de seis personas en una estación de inspección de automóviles y el número de unidades que cada uno inspecciono entre el mediodía y las 2 P.M. en un día cualquiera:

Número de semanas empleadas x	*número de automóviles* inspeccionados y
2	13
7	21
9	23
1	14
5	15
12	21

(a) Emplea las fórmulas del problema 2 o directamente resuelve las ecuaciones normales para calcular la línea de mínimos cuadrados que nos permitirá predecir el valor de la y en función de.x

(b) Con el resultado de la parte (a) calcula cuantos automóviles puede esperarse que inspecciones alguien que ha estado trabajando en la estación de inspección durante 8 semanas en un periodo determinado de 2 horas.

Problema 6. En relación con el problema anterior, prueba la hipótesis nula $\beta = 1.2$ contra la hipótesis alternativa $\beta < 1.2$ con un nivel de significancia de significancia de 0.05.

Problema 7. De acuerdo con el problema 5 encuentra.

(a) un intervalo de confianza del 95 % para el número promedio de automóviles que el periodo determinado inspecciona una persona que ha estado trabajando en la estación de inspección por un periodo de 8 semanas.

(b) los límites de predicción del 95% para el número de automóviles que inspeccionara en el periodo determinado una persona que ha estado trabajando en la estación de inspección durante 8 semanas.

Problema 8. Los datos siguientes son relativos a los residuos de cloro en una alberca en diversos momentos después de que se ha tratado con productos químicos.

numero de horas	residuos de cloro (Partes por millón)
2	1.8
4	1.5
6	1.4
8	1.1
10	1.1
12	0.9

(a) Ajusta una línea de mínimos cuadrados con la que podamos predecir los residuos de cloro en función del número de horas después de que la alberca ha sido tratada con los productos químicos.
(b) Utiliza la ecuación de la línea de mínimos cuadrados para estimar los residuos de cloro en la alberca 5 horas después de que se ha tratado con productos químicos.

Problema 9. En relación en el ejercicio anterior, construye un intervalo con un nivel de confianza del 95% para $\propto$.

Problema 10. Con base en el problema 8 prueba la hipótesis nula de que $\beta = -0.12$ contra la hipótesis alterna de que $\beta > -0.12$, con un nivel de significancia de 0.01.

Problema 11. Las materias primas empleadas en la producción de una fibra sintética son almacenadas en un lugar en donde no se tiene control sobre la humedad .Las mediciones de la húmedas relativa en el lugar de almacenamiento y la humedad en una muestra de las materias primas (ambas en porcentaje) en 12 días dieron los siguientes resultados.

Humedad *X*	*contenido de humedad* *y*
42	12
35	8
50	14
43	9
48	11
62	16
31	7
36	9
44	12
39	10
55	13
48	11

(a) Dibuja un diagrama de inspección para verificar si es razonable suponer que la regresión de y sobre x es lineal.
(b) Ajusta una línea con el método de mínimos cuadrados.
(c) Encuentra un intervalo con un nivel de confianza del 95% para el contenido de humedad de las materias primas cuando la humedad del lugar de almacenamiento es del 40%

II. Guía de Evaluación del Módulo Tratamiento de datos y azar

7. Descripción

La guía de evaluación es un documento que define el proceso de recolección y valoración de las evidencias requeridas por el módulo desarrollado y tiene el propósito de guiar en la evaluación de las competencias adquiridas por los alumnos, asociadas a los Resultados de Aprendizaje; en donde además, describe las técnicas y los instrumentos a utilizar y la ponderación de cada actividad de evaluación. Los Resultados de Aprendizaje se definen tomando como referentes: las **competencias genéricas** que va adquiriendo el alumno para desempeñarse en los ámbitos personal y profesional que le permitan convivir de manera armónica con el medio ambiente y la sociedad; las **disciplinares**, esenciales para que los alumnos puedan desempeñarse eficazmente en diversos ámbitos, desarrolladas en torno a áreas del conocimiento y las **profesionales** que le permitan un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable de su ejercicio profesional y de actividades laborales específicas, en un entorno cambiante que exige la multifuncionalidad.

La importancia de la evaluación de competencias, bajo un enfoque de **mejora continua**, reside en que es un proceso por medio del cual se obtienen y analizan las evidencias del desempeño de un alumno con base en la guía de evaluación y rúbrica, para emitir un juicio que conduzca a tomar decisiones.

La evaluación de competencias se centra en el desempeño real de los alumnos, soportado por evidencias válidas y confiables frente al referente que es la guía de evaluación, la cual, en el caso de competencias profesionales, está asociada con una norma técnica de competencia laboral (NTCL), de institución educativa o bien, una normalización específica de un sector o área y no en contenidos y/o potencialidades.

El **Modelo de Evaluación** se caracteriza porque es **Confiable** (que aplica el mismo juicio para todos los alumnos), **Integral** (involucra las dimensiones intelectual, social, afectiva, motriz y axiológica), **Participativa** (incluye autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación), **Transparente** (congruente con los aprendizajes requeridos por la competencia), **Válida** (las evidencias deben corresponder a la guía de evaluación).

Evaluación de los Aprendizajes.

Durante el proceso de enseñanza - aprendizaje es importante considerar tres categorías de evaluación: **diagnóstica, formativa y sumativa**.

La evaluación **diagnóstica** nos permite establecer un **punto de partida** fundamentado en la detección de la situación en la que se encuentran nuestros alumnos. Permite también establecer vínculos socio-afectivos entre el PSP y su grupo. El alumno a su vez podrá obtener información sobre los aspectos donde deberá hacer énfasis en su dedicación. El PSP podrá **identificar las características del grupo y orientar adecuadamente sus estrategias**. En esta etapa pueden utilizarse mecanismos informales de recopilación de información.

La evaluación **formativa** se realiza durante todo el proceso de aprendizaje del alumno, en forma constante, ya sea al finalizar cada actividad de aprendizaje o en la integración de varias de éstas. Tiene como finalidad **informar a los alumnos de sus avances** con respecto a los aprendizajes que deben alcanzar y advertirle sobre dónde y en qué aspectos tiene debilidades o dificultades para poder regular sus procesos. Aquí se admiten errores, se identifican y se corrigen; es factible trabajar colaborativamente. Asimismo, el PSP puede asumir nuevas estrategias que contribuyan a mejorar los resultados del grupo.

Finalmente, la evaluación **sumativa** es adoptada básicamente por una función social, ya que mediante ella se asume una acreditación, una promoción, un fracaso escolar, índices de deserción, etc., a través de **criterios estandarizados y bien definidos**. Las evidencias se elaboran en forma individual, puesto que se está asignando, convencionalmente, un criterio o valor. Manifiesta la síntesis de los logros obtenidos por ciclo o período escolar.

Actividades de Evaluación

Los programas de estudio están conformados por Unidades de Aprendizaje (UA) que agrupan Resultados de Aprendizaje (RA) vinculados estrechamente y que requieren irse desarrollando paulatinamente. Dado que se establece un resultado, es necesario comprobar que efectivamente éste se ha alcanzado, de tal suerte que en la descripción de cada unidad se han definido las actividades de evaluación indispensables para evaluar los aprendizajes de cada uno de los RA que conforman las unidades.

Esto no implica que no se puedan desarrollar y evaluar otras actividades planteadas por el PSP, pero es importante no confundir con las actividades de aprendizaje que realiza constantemente el alumno para contribuir a que logre su aprendizaje y que, aunque se evalúen con fines formativos, no se registran formalmente en el **Sistema de Administración Escolar SAE**. El **registro formal** procede sólo para las actividades descritas en los programas y planes de evaluación.

De esta manera, cada uno de los RA tiene asignada al menos una actividad de evaluación, a la cual se le ha determinado una ponderación con respecto a la Unidad a la cual pertenece. Ésta a su vez, tiene una ponderación que, sumada con el resto de Unidades, **conforma el 100%.** Es decir, para considerar que se ha adquirido la competencia correspondiente al módulo de que se trate, deberá **ir acumulando** dichos porcentajes a lo largo del período para estar en condiciones de acreditar el mismo. Cada una de estas ponderaciones dependerá de la relevancia que tenga la AE con respecto al RA y éste a su vez, con respecto a la Unidad de Aprendizaje. Estas ponderaciones las asignará el especialista diseñador del programa de estudios.

La ponderación que se asigna en cada una de las actividades queda asimismo establecida en la **Tabla de ponderación**, la cual está desarrollada en una hoja de cálculo que permite, tanto al alumno como al PSP, ir observando y calculando los avances en términos de porcentaje, que se van alcanzando (ver apartado 7 de esta guía).

Esta tabla de ponderación contiene los Resultados de Aprendizaje y las Unidades a las cuales pertenecen. Asimismo indica, en la columna de actividades de evaluación, la codificación asignada a ésta desde el programa de estudios y que a su vez queda vinculada al Sistema de Evaluación Escolar SAE. Las columnas de aspectos a evaluar, corresponden al tipo de aprendizaje que se evalúa: **C = conceptual; P = Procedimental y A = Actitudinal**. Las siguientes tres columnas indican, en términos de porcentaje: la primera el **peso específico** asignado desde el programa de estudios para esa actividad; la segunda, **peso logrado**, es el nivel que el alumno alcanzó con base en las evidencias o desempeños demostrados; la tercera, **peso acumulado**, se refiere a la suma de los porcentajes alcanzados en las diversas actividades de evaluación y que deberá acumular a lo largo del ciclo escolar.

Otro elemento que complementa a la matriz de ponderación es la **rúbrica o matriz de valoración**, que establece los **indicadores y criterios** a considerar para evaluar, ya sea un producto, un desempeño o una actitud y la cual se explicará a continuación.

Una matriz de valoración o rúbrica es, como su nombre lo indica, una matriz de doble entrada en la cual se establecen, por un lado, los **indicadores** o aspectos específicos que se deben tomar en cuenta como **mínimo indispensable** para evaluar si se ha logrado el resultado de aprendizaje esperado y, por otro, los criterios o **niveles de calidad o satisfacción alcanzados**. En las celdas centrales se describen los criterios que se van a utilizar para evaluar esos indicadores, explicando cuáles son las características de cada uno.

Los criterios que se han establecido son: **Excelente**, en el cual, además de cumplir con los estándares o requisitos establecidos como necesarios en el logro del producto o desempeño, es propositivo, demuestra iniciativa y creatividad, o que va más allá de lo que se le solicita como mínimo, aportando elementos adicionales en pro del indicador; **Suficiente**, si cumple con los estándares o requisitos establecidos como necesarios para demostrar que se ha desempeñado adecuadamente en la actividad o elaboración del producto. Es en este nivel en el que podemos decir que se ha adquirido la competencia. **Insuficiente**, para cuando no cumple con los estándares o requisitos mínimos establecidos para el desempeño o producto.

Evaluación mediante la matriz de valoración o rúbrica

Un punto medular en esta metodología es que al alumno se le proporcione el **Plan de evaluación**, integrado por la **Tabla de ponderación y las Rúbricas**, con el fin de que pueda conocer qué se le va a solicitar y cuáles serán las características y niveles de calidad que deberá cumplir para demostrar que ha logrado los resultados de aprendizaje esperados. Asimismo, él tiene la posibilidad de autorregular su tiempo y esfuerzo para recuperar los aprendizajes no logrados.

Como se plantea en los programas de estudio, en una **sesión de clase previa a finalizar la unidad**, el PSP debe hacer una **sesión de recapitulación** con sus alumnos con el propósito de valorar si se lograron los resultados esperados; con esto se pretende que el alumno tenga la oportunidad, en caso de no lograrlos, de rehacer su evidencia, realizar actividades adicionales o repetir su desempeño nuevamente, con el fin de recuperarse de inmediato y no esperar hasta que finalice el ciclo escolar acumulando deficiencias que lo pudiesen llevar a no lograr finalmente la competencia del módulo y, por ende, no aprobarlo.

La matriz de valoración o rúbrica tiene asignadas a su vez valoraciones para cada indicador a evaluar, con lo que el PSP tendrá los elementos para evaluar objetivamente los productos o desempeños de sus alumnos. Dichas valoraciones están también vinculadas al SAE y a la matriz de ponderación. Cabe señalar que **el PSP no tendrá que realizar operaciones matemáticas para el registro de los resultados de sus alumnos**, simplemente deberá marcar en cada celda de la rúbrica aquélla que más se acerca a lo que realizó el alumno, ya sea en una hoja de cálculo que emite el SAE o bien, a través de la Web.

8. Tabla de Ponderación

UNIDAD	RA	ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	ASPECTOS A EVALUAR C	P	A	% Peso Específico	% Peso Logrado	% Peso Acumulado
1. Cálculo de derivadas de funciones	**1.1** Calcula límites de funciones utilizando las leyes de los mismos y métodos algebraicos para su obtención	**1.1.1**	▲	▲	▲	10	10	10
	1.2 Interpreta geométricamente la derivada de una función aplicando las reglas y fórmulas para su obtención	**1.2.1**	▲	▲	▲	10	10	20
% PESO PARA LA UNIDAD						**20**	**20**	**20**
2. Interpretación de información	**2.1** Agrupa conjunto de datos numéricos a partir de la distribución de frecuencias para su interpretación.	**2.1.1**	▲	▲	▲	10	10	30
	2.2 Calcula las medidas de tendencia central y dispersión de un conjunto de datos, para establecer los valores representativos y de variación en una población	**2.2.1**	▲	▲	▲	10	10	40
% PESO PARA LA UNIDAD						**20**	**20**	**40**
3. Cálculo de eventos aleatorios	**3.1** Calcula la probabilidad de eventos aplicando las técnicas de conteo y fórmulas relacionadas, para determinar el número de resultados posibles en un experimento aleatorio.	**3.1.1**	▲	▲	▲	15	15	55
	3.2 Determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad	**3.2.1**	▲	▲	▲	15	15	70
% PESO PARA LA UNIDAD						**30**	**30**	**70**
4. Determinación de parámetros de una población	**4.1** Calcula la estimación puntual y por intervalos para determinar la confiabilidad y exactitud de los resultados de las constantes típicas que la caracterizan.	**4.1.1**	▲	▲	▲	15	15	85
	4.2 Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma.	**4.2.1**	▲	▲	▲	15	15	100
% PESO PARA LA UNIDAD						**30**	**30**	**100**
PESO TOTAL DEL MÓDULO						**100**	**100**	**100**

En blanco

10. Matriz de Valoración ó Rúbrica

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**	Nombre del Alumno:	
PSP evaluador:		Grupo:		Fecha:
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Calcula límites de funciones utilizando las leyes de los mismos y métodos algebraicos para su obtención.	Actividad de evaluación:	**1.1.1** Calcula los límites de funciones algebraicas que contenga el desarrollo y solución de: Límite de una suma, límite de un producto, límite de un cociente y límite de una potencia.	

<table>
<tr><th rowspan="2">INDICADORES</th><th rowspan="2">%</th><th colspan="3">C R I T E R I O S</th></tr>
<tr><th>Excelente</th><th>Suficiente</th><th>Insuficiente</th></tr>
<tr><td>Límites de funciones</td><td>25</td><td>• Identifica las leyes de los límites de funciones para las operaciones básicas y diferencia entre cada uno de ellos expresándolos verbalmente como:
– El límite de una suma es la suma de los límites
– El límite de una diferencia es la diferencia de los límites.
– El límite de una constante multiplicada por una función es la contante multiplicada por el límite de la función.
– El límite de un producto es el producto de los límites.
– El límite de un cociente es el cociente de los límites.
• Identifica el tipo de función algebraica a determinar el límite: función constante, potencia, raíz, racional, y polinomial.
• Identifica funciones trigonométricas, específicamente funciones seno y coseno así como su límite.</td><td>• Identifica las leyes de los límites de funciones para las operaciones básicas y diferencia entre cada uno de ellos expresándolos verbalmente como:
– El límite de una suma es la suma de los límites
– El límite de una diferencia es la diferencia de los límites.
– El límite de una constante multiplicada por una función es la contante multiplicada por el límite de la función.
– El límite de un producto es el producto de los límites.
– El límite de un cociente es el cociente de los límites.
• Identifica el tipo de función algebraica para el cálculo del los límites de la: función constante, potencia, raíz, racional, y polinomial.</td><td>• Identifica menos de cuatro leyes de los límites de funciones para las operaciones básicas.
• Identifica el tipo de algunas funciones: constante, potencia, raíz, racional, y polinomial para el cálculo del los límites</td></tr>
</table>

Manejo de fórmulas	**50**	• Evalúa los límites de funciones algebraicas de una suma, una diferencia, un producto y un cociente, aplicando las leyes correspondientes: Si $\lim_{x\to a} f(x) = L \qquad \lim_{x\to a} f(x) = M$ – $\lim_{x\to a}[f(x) \mp g(x)] = L \mp M.$ – $\lim_{x\to a} f(x).g(x) = L.M.$ – $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, M \neq 0.$ • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados, justificando cada paso del método aplicado. • Gráfica la función, localizando el valor del límite. • Determina y gráfica con una calculadora el valor de los límites, comparando los resultados obtenidos, con el obtenido aplicando la leyes de los límites	• Evalúa los límites de funciones algebraicas de una suma, una diferencia, un producto y un cociente, aplicando las leyes correspondientes: Si $\lim_{x\to a} f(x) = L \qquad \lim_{x\to a} f(x) = M$ – $\lim_{x\to a}[f(x) \mp g(x)] = L \mp M.$ – $\lim_{x\to a} f(x).g(x) = L.M.$ – $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, M \neq 0.$ • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados, justificando cada paso del método aplicado.	• Aplica menos de cuatro leyes para evaluar límites de funciones algebraicas para las operaciones consideradas: de una suma, una diferencia, un producto y un cociente: Si $\lim_{x\to a} f(x) = L \qquad \lim_{x\to a} f(x) = M$ – $\lim_{x\to a}[f(x) \mp g(x)] = L \mp M.$ – $\lim_{x\to a} f(x).g(x) = L.M.$ – $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L}{M}, M \neq 0.$ • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados, sin justificar el método aplicado.
Interpretación de resultados.	**25**	• Interpreta geométricamente la solución del valor de los límites de cada función como la línea tangente a la gráfica de la función. • Compara los resultados obtenidos de las operaciones realizados con las leyes de los límites y la calculadora identificando la deferencia entre cada uno de ellos. • Participa activamente en el trabajo en equipo y es ordenado en la elaboración del reporte.	• Interpreta geométricamente el resultado del límite de la función como la pendiente de la línea tangente a la gráfica de la función. • Participa activamente en el trabajo en equipo	• Presenta el resultado de los límites calculados, sin expresar interpretación alguna. • Muestra baja participación en el trabajo colaborativo.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**	Nombre del Alumno:		
PSP evaluador:			Grupo:		Fecha:
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Interpreta geométricamente la derivada de una función aplicando las reglas y fórmulas para su obtención.		Actividad de evaluación:	**1.2.1** Calcula las derivadas de funciones algebraicas que contenga el desarrollo y solución de: Una potencia, una suma, un producto, un cociente regla de la cadena.	

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Reglas de derivación	**25**	• Identifica las reglas de derivación: de suma y diferencia de funciones, un producto de funciones, un cociente de funciones y la regla de la cadena. • Identifica el tipo de función algebraica a determinar la derivada: función constante, potencia, raíz, racional, y polinomial	• Identifica las reglas de derivación: de suma, diferencia, un producto, un cociente de funciones y la regla de la cadena. • Identifica el tipo de función algebraica a determinar la derivada de: función constante, potencia, raíz, racional, y polinomial.	• Identifica las reglas de derivación: de suma y diferencia de funciones, un producto de funciones, un cociente de funciones, sin considerar la regla de la cadena. • Identifica parcialmente el tipo de función constante, potencia, raíz, racional, y polinomial a derivar.
Manejo de fórmulas	**50**	• Calcula las derivadas de funciones algebraicas de una suma, una diferencia, un producto, un cociente y una potencia, aplicando las fórmulas correspondientes: – $\frac{d}{dx}(cv) = c\frac{dv}{dx}$ – $\frac{d}{dx}(u+v+w) = \frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}+\frac{dw}{dx}$ – $\frac{dy}{dx} = nv^{n-1}$ – $\frac{d(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx}+v\frac{du}{dx}$ – $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\frac{du}{dx}-u\frac{dv}{dx}}{v^2}$	• Calcula las derivadas de funciones algebraicas de una suma, una diferencia, un producto, un cociente y una potencia, aplicando las fórmulas correspondientes. • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados, justificando cada paso de la regla de derivación aplicada	• Calcula las derivadas de funciones algebraicas de una suma, una diferencia, un producto y un cociente, sin aplicar la regla de la cadena para el cálculo de derivadas de funciones elevadas a una potencia. • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados, sin justificar la regla de derivación aplicada.

		_ $\frac{dy}{dx}=\left(\frac{dy}{dv}\right)\left(\frac{dv}{dx}\right)$ • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados, justificando cada paso de la regla de derivación aplicada • Gráfica la función, localizando el la derivada en un punto dado • Determina la ecuación de la recta tangente y la normal a la gráfica de la función en el punto dado. • Determina y gráfica la derivada de la función usando calculadora.		
Interpretación de resultados.	**25**	• Interpreta la solución del derivada como el la pendiente de la recta tangente en el punto dado. • Compara los resultados obtenidos por reglas de derivación y los de la calculadora, determinando la diferencia entre un valor y otro • Participa activamente en el trabajo en equipo y es ordenado en la elaboración del reporte. • Propone alternativas de solución.	• Interpreta la solución del derivada como el la pendiente de la recta tangente en el punto dado. • Participa activamente en el trabajo en equipo y es ordenado en la elaboración del reporte. • Propone alternativas de solución.	• Presenta el resultado de las derivadas, sin la interpretación de los mismos. • Presenta baja participación en el desarrollo de los límites y elaboración del reporte. • Presenta alternativas de solución sin embargo la solución es errónea.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**	Nombre del Alumno:		
PSP evaluador:			Grupo:		Fecha:
Resultado de Aprendizaje:	**2.1.** Agrupa conjunto de datos numéricos a partir de la distribución de frecuencias para su interpretación.	Actividad de evaluación:	**2.1.1** Mida las alturas de 40 estudiantes del plantel y con esta información elabora en una hoja de cálculo de la distribución de frecuencias para datos no agrupados que contenga: La distribución absoluta, la distribución relativa, la distribución absoluta acumulada, la distribución relativa acumulada, Gráfica circular e histograma, Interpretación de los resultados.		

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Procedimiento de la medición	**25**	• Realiza la medición de las alturas de 40 estudiantes, describiendo el procedimiento y el instrumento de medición, para su determinación. Considerando: – Elección del instrumento – Errores de paralaje – Precisión y exactitud • Presenta el resultado de la medición de las 40 alturas con las cifras significativas correspondientes, expresando su unidad de medida. • Participa activamente en la medición de las alturas.	• Realiza la medición de las alturas de 40 estudiantes. • Presenta el resultado de la medición de las 40 alturas, expresando su unidad de medida.	• Presento menos de las 40 mediciones de las alturas requeridas, sin expresar su unidad de medida.
Manejo de fórmulas	**50**	• Realiza las operaciones aritméticas, aplicando las fórmulas correspondientes, determinando: frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa acumulada. Sin cometer errores de cálculo. • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados • Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos. • Realiza la gráfica circular e	• Presenta las operaciones aritméticas, aplicando las fórmulas correspondientes, determinando: frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa acumulada. Sin cometer errores de cálculo. • Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos. • Presenta la gráfica circular e histograma.	• Presenta las operaciones aritméticas, sin determinar algunas frecuencias: absoluta, relativa, relativa acumulada y relativa acumulada, sin embargo comente algunos errores de cálculo. • Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos. • Incluye la gráfica circular o histograma.

		histograma con los datos de las alturas y la frecuencia relativa, además del polígono de frecuencias y de barras.		
Interpretación de resultados.	**25**	• Interpreta la solución del valor de la frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada y frecuencia relativa acumulada. • Determina los valores mínimos, máximos y los promedios de alturas. • Compara los resultados obtenidos de las operaciones realizados con los de la hoja de cálculo, verificando la aproximación de ambos. • Participa activamente en el trabajo en equipo y es ordenado en la elaboración del reporte. • Colabora con sus compañeros en la solución de problemas e interpretación de resultados, planteando sugerencias para lograr metas comunes.	• Determina los valores mínimos, máximos y los promedios de las alturas • Interpreta la solución del valor de la frecuencia absoluta, frecuencia relativa, frecuencia absoluta acumulada y frecuencia relativa acumulada. • Elabora el reporte en forma ordenada. • Colabora con sus compañeros en la solución de problemas e interpretación de resultados.	• Determina parcialmente los valores mínimos o máximos y los promedios de las alturas. • Interpreta algunos valores de los resultados de las frecuencias obtenidas. • Presenta el reporte sin orden y secuencia del desarrollo de los cálculos. • Colabora de manera insuficiente con sus compañeros sin proponer sugerencias en la solución de problemas e interpretación de resultados.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**	Nombre del Alumno:		
PSP evaluador:			Grupo:		Fecha:
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Calcula las medidas de tendencia central y dispersión de un conjunto de datos, para establecer los valores representativos y de variación en una población**.**		Actividad de evaluación:	**2.2.1**	Recopila calificaciones finales por alumno de 2 grupos de tercer semestre de cualquier módulo, calcula para datos agrupados: La media, mediana, moda, cuartiles, deciles y percentiles, la varianza, la desviación estándar, gráfica de histograma de frecuencias relativas, Ojiva porcentual "menor que" y "mayor que" e Interpretación de resultados.

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Obtención de datos	**15**	• Recopila las calificaciones de dos grupos de tercer semestre. • Presenta en forma ordenada las calificaciones obtenida en una tabla. • Clasifica los datos en una tabla de frecuencias • Elige el mejor intervalo de clase obteniendo la menor dispersión.	• Recopila las calificaciones de dos grupos de tercer semestre, ordenando los datos. • Clasifica los datos en una tabla de frecuencias	• Recopila las calificaciones de dos grupos de tercer semestre sin ordenar los datos. • Omite la clasificación de datos en la tabla de frecuencias.
Manejo de fórmulas	**60**	• Realiza las operaciones aritméticas, aplicando las fórmulas correspondientes, determinando: La media, mediana, moda, Cuartiles, deciles, percentiles, la varianza, y la desviación estándar. • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados. • Presenta todos los resultados en la tabla de distribución de frecuencias. • Realiza la gráfica de histograma de frecuencias relativas, Ojiva porcentual "menor que" y "mayor que", además de una gráfica circular y polígono de frecuencias. • Presenta en una hoja de cálculo los	• Realiza las operaciones aritméticas, aplicando las fórmulas correspondientes, determinando: La media, mediana, moda, Cuartiles, deciles, percentiles, la varianza, y la desviación estándar. • Presenta todos los resultados en la tabla de distribución de frecuencias. • Realiza la gráfica de histograma de frecuencias relativas, Ojiva porcentual "menor que" y "mayor que". • Muestra iniciativa y creatividad en el manejo de fórmulas y la representación gráfica de los datos.	• Realiza las operaciones aritméticas, aplicando las fórmulas correspondientes, determinando: La media, mediana, moda, Cuartiles, deciles, percentiles, la varianza, y la desviación estándar, sin presentar los datos en tabla de frecuencias. • Presenta algunas gráficas de las requeridas: gráfica de histograma de frecuencias relativas, Ojiva porcentual "menor que" y "mayor que". • Carece de iniciativa y creatividad en el manejo de fórmulas y la representación gráfica de los datos.

		datos y los resultados obtenidos. • Muestra iniciativa y creatividad en el manejo de fórmulas y la representación gráfica de los datos.		
Interpretación de resultados.	**25**	• Interpreta los valores de la media, mediana, moda, Cuartiles, deciles, percentiles, la varianza, y la desviación estándar. • Compara los resultados obtenidos de las operaciones realizadas con los de la hoja de cálculo verificando la variación entre ambos. • Participa activamente en el trabajo en equipo.	• Interpreta los valores de la media, mediana, moda, Cuartiles, deciles, percentiles, la varianza, y la desviación estándar. • Propone ideas para la presentación y elaboración del reporte	• Interpreta algunos valores de tendencia central y de variación. • Participa en lo mínimo en el desarrollo del reporte, aportando pocas ideas.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**	Nombre del Alumno:	
PSP evaluador:		Grupo:	Fecha:	
Resultado de Aprendizaje:	**3.1** Calcula la probabilidad de eventos aplicando las técnicas de conteo y fórmulas relacionadas, para determinar el número de resultados posibles en un experimento aleatorio.	Actividad de evaluación:	**3.1.1** Determina la probabilidad que podría existir para la conformación de un equipo de 3 personas de acuerdo con su sexo y en el grupo al que perteneces, definiendo: Diagrama de árbol y espacio muestral.	

INDICADORES	%	CRITERIOS Excelente	Suficiente	Insuficiente
Selección de elementos del espacio muestral y eventos	**15**	• Identifica el número de alumnos del grupo • Identifica cuantos son mujeres y cuantos hombres. • Determina el número de elementos que conforman el espacio muestral aplicando la fórmula de combinaciones. • Define los posibles eventos aleatorios del problema. • Determina el número de casos favorable de los eventos definidos, aplicando: – Fórmula de combinaciones – Principio fundamental de conteo. • Toma la iniciativa en la selección de elementos de la población a fin de determinar el espacio muestral.	• Identifica el número de alumnos del grupo • Identifica cuantos son mujeres y cuantos hombres. • Define los posibles eventos aleatorios del problema. • Determina el número de casos favorable de los eventos definidos aplicando las fórmulas correspondientes. • Toma la iniciativa en la selección de elementos de la población a fin de determinar el espacio muestral.	• Identifica el número de alumnos del grupo, sin definir el número de mujeres y hombres • Define algunos de los posibles eventos aleatorios del problema, sin embargo, determina parcialmente el número de casos favorables del problema • Presenta nula iniciativa para seleccionar los elementos de la población a fin de determinar el espacio muestral.
Cálculo de la probabilidad	**60**	• Determina la probabilidad de cada evento definido aplicando la fórmula $P(A)=n(A) / n(B)$ • Presenta el desarrollo de los cálculos realizados. • Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos.	• Determina la probabilidad de cada evento definido aplicando la fórmula $P(A)=n(A) / n(B)$ • Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos.	• Determina la probabilidad de algunos eventos definidos, aplicando la fórmula : $P(A)=n(A) / n(B)$ • Presenta la hoja de cálculo, omitiendo datos, cometiendo errores de cálculo al determinar los resultados.

Interpretación de resultados.	**25**	• Interpreta los resultados de la probabilidad de cada evento • Determina cual es el evento más favorable. • Determina cual es el evento menos favorable. • Participa activamente en el trabajo en equipo y ordenado en la elaboración del reporte.	• Interpreta los resultados de la probabilidad de cada evento • Determina cual es el evento más favorable. • Participa activamente en el trabajo en equipo y ordenado en la elaboración del reporte.	• Interpreta algunos resultados de la probabilidad de eventos, sin presentar el evento más favorable. • Presenta poca participación en el cálculo de probabilidades y elaboración del reporte.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**	Nombre del Alumno:		
PSP evaluador:			Grupo:	Fecha:	
Resultado de Aprendizaje:	**3.2** Determina el comportamiento, propiedades y características de los resultados de la variable aleatoria conforme su función de densidad.	Actividad de evaluación:	**3.2.1** Realiza la actividad experimental para determinar la distribución normal de probabilidad de una variable aleatoria, que contenga: Valor de la Variable aleatoria, media de la distribución de la variable aleatoria, desviación estándar de la distribución, número de desviaciones estándar, probabilidad de éxito y fracaso e Interpretación de resultados.		

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Planteamiento del problema	**30**	• Identifica en el problema planteado para la distribución normal: – El número n de ensayos – El número x de éxitos de la variable aleatoria. – La probabilidad de éxitos p. – La probabilidad de fracasos q. • Considera los datos de la variable aleatoria como continuos, para determinar la probabilidad de la variable aleatoria en un intervalo. • Establece los posibles eventos aleatorios del problema.	• Identifica en el problema planteado para la distribución normal: – El número n de ensayos – El número x de éxitos de la variable aleatoria. – La probabilidad de éxitos p. – La probabilidad de fracasos q. • Establece los eventos del problema y considera los datos de la variable aleatoria como continuos, determinando la probabilidad de la variable aleatoria en un intervalo.	• Identifica en el problema planteado para la distribución normal: – El número n de ensayos – El número x de éxitos de la variable aleatoria. – La probabilidad de éxitos p. – La probabilidad de fracasos q. • Define algunos eventos del problema, sin considerar los datos como continuos.
Determinación de distribución normal de probabilidad	**50**	• Determina la media de la distribución con la fórmula: $\mu = n * p$ • Calcula la desviación estándar aplicando la fórmula: $\sigma = \sqrt{n * p * q}$ • Convierte los valores x de la variable aleatoria en unidades de la normal estándar utilizando la fórmula:	• Determina la media de la distribución con la fórmula: $\mu = n * p$ • Calcula la desviación estándar aplicando la fórmula: $\sigma = \sqrt{n * p * q}$ • Convierte los valores x de la variable aleatoria en unidades de la normal estándar utilizando la fórmula:	• Determina la media de la distribución con la fórmula: $\mu = n * p$ • Calcula la desviación estándar aplicando la fórmula: $\sigma = \sqrt{n * p * q}$ • Convierte los valores x de la variable aleatoria en unidades de la normal estándar utilizando la fórmula:

		$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ • Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar probabilidades de variables aleatorias. • Representa gráficamente la curva normal de la distribución de probabilidades. • Determina cantidades de la distribución, multiplicando la probabilidad de la distribución por el número de ensayos. • Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos. • Aplica la distribución binomial para el cálculo de la probabilidad • Demuestra orden en la realización de cálculos y presenta un procedimiento lógico de obtención de los mismos.	$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ • Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar probabilidades de variables aleatorias. • Representa gráficamente la curva normal de la distribución de probabilidades. • Determina cantidades de la distribución, multiplicando la probabilidad de la distribución por el número de ensayos. • Demuestra orden en la realización de cálculos y presenta un procedimiento lógico de obtención de los mismos.	$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ • Omite la determinación de algunos valores de probabilidades, a partir de las tablas de la distribución normal estándar y como consecuencia la presentación gráfica de la distribución de probabilidad y cantidades de la distribución. • Carece de orden en la realización de cálculos y/o no presenta un procedimiento lógico de obtención de los mismos.
Interpretación de resultados.	**20**	• Interpreta los resultados de la distribución de probabilidad de cada evento • Determina cual es el evento más favorable. • Compara el valor de probabilidad de la distribución normal con la binomial verificando la aproximación de los resultados de probabilidad por ambos métodos. • Participa activamente en el trabajo en equipo y es ordenado en la elaboración del reporte final.	• Interpreta los resultados de la distribución de probabilidad de cada evento • Determina cual es el evento más favorable. • Participa activamente en el trabajo en equipo y es ordenado en la elaboración del reporte final.	• Interpreta algunos de los resultados de la distribución de probabilidad, sin determinar el más favorable. • Muestra baja participación en el trabajo colaborativo y elaboración del reporte.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**		Nombre del Alumno:	
PSP evaluador:			Grupo:		Fecha:
Resultado de Aprendizaje:	**4.1** Calcula la estimación puntual y por intervalos para determinar la confiabilidad y exactitud de los resultados de las constantes típicas que la caracterizan.		Actividad de evaluación:	**4.1.1** Selecciona un muestra aleatoria de una población, determinando: La media y la desviación estándar, estimador puntual, estimador por intervalos, límites de confianza e Interpretación de resultados	

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Parámetros de la muestra.	**30**	• Identifica en el problema planteado para estimación puntual y por intervalos los siguientes parámetros: – El tamaño de la muestra n – La media de la muestra aleatoria – La desviación estándar de la muestra. – La probabilidad de éxitos p. – La probabilidad de fracasos. • Identifica las fórmulas a utilizar para determinar: La media, la desviación estándar, la probabilidad de éxito y fracaso.	• Identifica en el problema planteado para estimación puntual y por intervalos los siguientes parámetros: – El tamaño de la muestra n – La media de la muestra aleatoria – La desviación estándar de la muestra. – La probabilidad de éxitos p. – La probabilidad de fracasos.	• Identifica algunos parámetros de los requeridos en el problema planteado para estimación puntual y por intervalos
Estimación puntual y por intervalos.	**50**	• Determina la media de la muestra aleatoria. $\bar{x}$ • Calcula la desviación estándar σ • Determina el valor de la variable aleatoria normal estándar $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ – Calcula α=1-p – Calcula α/2	• Determina la media de la muestra aleatoria. $\bar{x}$ • Calcula la desviación estándar σ • Determina el valor de la variable aleatoria normal estándar $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ – Calcula α=1-p – Calcula α/2	• Determina la media de la muestra aleatoria. $\bar{x}$ • Calcula la desviación estándar σ • Determina el valor de la variable aleatoria normal estándar $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ – Calcula α=1-p – Calcula α/2

		– Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar el valor de Z a partir del valor 1 – α/2 • Determina el error máximo de estimación con la fórmula: $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ • Determina un intervalo de confianza para la media poblacional μ con la fórmula: $\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ • Representa gráficamente la curva normal de la distribución de probabilidades para la estimación puntual y por intervalos. • Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos • Aprovecha los errores para llegar al cálculo de estimaciones puntuales y por intervalos.	– Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar el valor de Z a partir del valor 1 – α/2 • Determina el error máximo de estimación con la fórmula: $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ • Determina un intervalo de confianza para la media poblacional μ con la fórmula: $\bar{x} - Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ • Representa gráficamente la curva normal de la distribución de probabilidades para la estimación puntual y por intervalos. • Aprovecha los errores para llegar al cálculo de estimaciones puntuales y por intervalos.	– Utiliza las tablas de la distribución normal estándar para determinar el valor de Z a partir del valor 1 – α/2 • Determina el error máximo de estimación con la fórmula: $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ • Omite la determinación del intervalo de confianza y la gráfica de la estimación. • Desconoce los errores para llegar al cálculo y solución de estimaciones puntuales y por intervalos
Interpretación de resultados.	**20**	• Interpreta los resultados del error de la estimación puntual y la afirmación de la confianza. • Interpreta el valor de la media poblacional, dentro de los límites de confianza. • Compara los resultados obtenidos en la hoja de cálculo con los calculados con fórmulas, verificando la variación de los mismos. • Participa activamente en el trabajo en equipo y ordenado en la elaboración del trabajo	• Interpreta los resultados del error de la estimación puntual y la afirmación de la confianza. • Interpreta el valor de la media poblacional, dentro de los límites de confianza. • Participa activamente en el trabajo colaborativo y ordenado en la elaboración del reporte.	• Interpreta los resultados del error de la estimación puntual y la afirmación de la confianza, sin considerar la media y los límites de confianza. • Demuestra poca participación el cálculo de estimación puntual y por intervalos y proporciona mínimas ideas para la elaboración del reporte
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema:	Nombre del Módulo:	**Tratamiento de datos y azar**	Nombre del Alumno:	
PSP evaluador:		Grupo:	Fecha:	
Resultado de Aprendizaje:	**4.2** Prueba una aseveración acerca de una propiedad de la población de acuerdo con la muestra aleatoria de la misma**.**	Actividad de evaluación:	**4.2.1**	Fórmula un proyecto para determinar la prueba de hipótesis de un problema en particular, que contenga lo siguiente: Tamaño de la muestra, hipótesis nula y alternativa, nivel de significancia, gráfica de la región de rechazo o aceptación y determinación de la decisión estadística.

INDICADORES	**%**	**C R I T E R I O S**		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Planificación del proyecto	**15**	• Establece la idea y el plan del proyecto a desarrollar de la prueba de hipótesis de un problema en particular. • Plantea el problema, identificando los parámetros en cuestión. – El tamaño de la muestra n – La media de la muestra aleatoria – La desviación estándar de la muestra. – La probabilidad de éxitos p. – La probabilidad de fracasos – Hipótesis nula Ho – Hipótesis alternativa H1 • Establece los parámetros de la prueba de hipótesis: – Valor del estadístico de prueba – Nivel de significancia y valores críticos – Errores de tipo I y II. • Identifica las fórmulas a utilizar en el problema para la determinación de la prueba de hipótesis y las ordena en una tabla.	• Establece la idea y el plan del proyecto a desarrollar de la prueba de hipótesis de un problema en particular • Plantea el problema, identificando los parámetros en cuestión. – El tamaño de la muestra n – La media de la muestra aleatoria – La desviación estándar de la muestra. – La probabilidad de éxitos p. – La probabilidad de fracasos – Hipótesis nula Ho – Hipótesis alternativa H1	• Establece la idea del proyecto a desarrollar de la prueba de hipótesis de un problema en particular. • Plantea el problema y solo identificando algunos parámetros en la determinación de la prueba de hipótesis.

<table>
<tr><td>Desarrollo y realización del proyecto</td><td>50</td><td>

Identifica la aseveración o hipótesis especifica a aprobarse y la representa en forma simbólica:
– Hipótesis nula Ho
– Hipótesis alternativa H1
Determina el estadístico de prueba a partir de los datos muéstrales utilizando las fórmulas correspondientes a:
– Proporciones
– Medias o,
– Desviación estándar.
Determina el valor critico Z a partir del nivel de significancia α, utilizando las tablas para la normal estándar, con el valor 1 – α o a partir de la media poblacional, media maestral y la desviación estándar aplicando su fórmula correspondiente
Dibuja la región crítica normal estándar.
Presenta en una hoja de cálculo los datos y los resultados obtenidos
Establece estrategias para la solución de pruebas de hipótesis
</td><td>

Identifica la aseveración o hipótesis especifica a aprobarse y la representa en forma simbólica:
– Hipótesis nula Ho
– Hipótesis alternativa H1
Determina el estadístico de prueba a partir de los datos muéstrales utilizando las fórmulas correspondientes a:
– Proporciones
– Medias o,
– Desviación estándar.
Determina el valor critico Z a partir del nivel de significancia α, utilizando las tablas para la normal estándar, con el valor 1 – α o a partir de la media poblacional, media maestral y la desviación estándar aplicando su fórmula correspondiente
Dibuja la región crítica normal estándar.
Establece estrategias para la solución de pruebas de hipótesis
</td><td>

Identifica la aseveración o hipótesis especifica a aprobarse y solo representa en forma simbólica la Hipótesis nula Ho
Determina el estadístico de prueba a partir de los datos muéstrales utilizando las fórmulas correspondientes a:
– Proporciones
– Medias o,
– Desviación estándar.
Omite determinar el valor crítico Z, a partir de las tablas para la normal estándar, sin incluir la gráfica de la región crítica.
Establece estrategias sin embargo no logra solucionar las de pruebas de hipótesis.
</td></tr>
<tr><td>Informe técnico</td><td>35</td><td>

Entrega en tiempo y forma el reporte escrito con el procedimiento, resultado y conclusiones de acuerdo con lo planeado.
Interpreta el resultado de decisión de rechazo o no rechazo de la hipótesis nula.
Determina los errores de tipo I o de tipo II.
Participa activamente en el trabajo en equipo y ordenado en la elaboración del reporte.
</td><td>

Entrega en tiempo y forma el reporte escrito con el procedimiento, resultado y conclusiones de acuerdo con lo planeado.
Interpreta el resultado de decisión de rechazo o no rechazo de la hipótesis nula.
Determina los errores de tipo I o de tipo II.
Participa activamente en el trabajo en equipo y es ordenado en la elaboración del reporte.
</td><td>

Entrega el reporte escrito con el procedimiento y resultados, sin incluir conclusiones, sin embargo comete errores en la interpretación de resultados al no determinar los errores de tipo I y II.
Participa en lo mínimo en el desarrollo del reporte, aportando pocas ideas.
</td></tr>
<tr><td></td><td>100</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>