I. Guía Pedagógica del Módulo
Representación simbólica y angular del entorno

Contenido

1. Descripción

La Guía Pedagógica es un documento que integra elementos técnico-metodológicos planteados de acuerdo con los principios y lineamientos del **Modelo Académico de Calidad para la Competitividad** del Conalep para orientar la práctica educativa del Prestador de Servicios Profesionales (PA) en el desarrollo de competencias previstas en los programas de estudio.

La finalidad que tiene esta guía es facilitar el aprendizaje de los alumnos, encauzar sus acciones y reflexiones y proporcionar situaciones en las que desarrollará las competencias. El PA debe asumir conscientemente un rol que facilite el proceso de aprendizaje, proponiendo y cuidando un encuadre que favorezca un ambiente seguro en el que los alumnos puedan aprender, tomar riesgos, equivocarse extrayendo de sus errores lecciones significativas, apoyarse mutuamente, establecer relaciones positivas y de confianza, crear relaciones significativas con adultos a quienes respetan no por su estatus como tal, sino como personas cuyo ejemplo, cercanía y apoyo emocional es valioso.

Es necesario destacar que el desarrollo de la competencia se concreta en el aula, ya que **formar con un enfoque en competencias significa crear experiencias de aprendizaje para que los alumnos adquieran la capacidad de movilizar, de forma integral, recursos que se consideran indispensables para saber resolver problemas en diversas situaciones o contextos,** e involucran las dimensiones cognitiva, afectiva y psicomotora; por ello, los programas de estudio, describen las competencias a desarrollar, entendiéndolas como la combinación integrada de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que permiten el logro de un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable del individuo en situaciones específicas y en un contexto dado. En consecuencia, la competencia implica la comprensión y transferencia de los conocimientos a situaciones de la vida real; ello exige relacionar, integrar, interpretar, inventar, aplicar y transferir los saberes a la resolución de problemas. Esto significa que **el contenido, los medios de enseñanza, las estrategias de aprendizaje, las formas de organización de la clase y la evaluación se estructuran en función de la competencia a formar**; es decir, el énfasis en la proyección curricular está en lo que los alumnos tienen que aprender, en las formas en cómo lo hacen y en su aplicación a situaciones de la vida cotidiana y profesional.

Considerando que el alumno está en el centro del proceso formativo, se busca acercarle elementos de apoyo que le muestren qué **competencias** va a desarrollar, cómo hacerlo y la forma en que se le evaluará. Es decir, mediante la guía pedagógica el alumno podrá **autogestionar su aprendizaje** a través del uso de estrategias flexibles y apropiadas que se transfieran y adopten a nuevas situaciones y contextos e ir dando seguimiento a sus avances a través de una autoevaluación constante, como base para mejorar en el logro y desarrollo de las competencias indispensables para un crecimiento académico y personal.

2. Datos de Identificación de la Norma

Título:	
Unidad (es) de competencia laboral: **1.**	
Código:	**Nivel de competencia:**

3. Generalidades Pedagógicas

Con el propósito de difundir los criterios a considerar en la instrumentación de la presente guía entre los docentes y Prestador de Servicios Profesionales de planteles y Colegios Estatales, se describen **algunas consideraciones** respecto al desarrollo e intención de las competencias expresadas en los módulos correspondientes a la formación básica, propedéutica y profesional.

Los principios asociados a la **concepción constructivista del aprendizaje** mantienen una estrecha relación con los de la **educación basada en competencias**, la cual se ha concebido en el Colegio como el enfoque idóneo para orientar la formación ocupacional de los futuros profesionales técnicos y profesionales técnicos bachiller. Este enfoque constituye una de las opciones más viables para lograr la vinculación entre la educación y el sector productivo de bienes y servicios.

En los programas de estudio se proponen una serie de contenidos que se considera conveniente abordar para obtener los **Resultados de Aprendizaje establecidos**; sin embargo, se busca que este planteamiento le dé al prestador de servicios profesionales la posibilidad de **desarrollarlos con mayor libertad y creatividad**.

En este sentido, se debe considerar que el papel que juegan el alumno y el prestador de servicios profesionales en el marco del Modelo Académico de Calidad para la Competitividad tenga, entre otras, las siguientes características:

El alumno:	El Prestador de Servicios Profesionales:
❖ Mejora su capacidad para resolver problemas. ❖ Aprende a trabajar en grupo y comunica sus ideas. ❖ Aprende a buscar información y a procesarla. ❖ Construye su conocimiento. ❖ Adopta una posición crítica y autónoma. ❖ Realiza los procesos de autoevaluación y coevaluación.	❖ Organiza su formación continua a lo largo de su trayectoria profesional ❖ Domina y estructura los saberes para facilitar experiencias de aprendizaje significativo ❖ Planifica los procesos de enseñanza y de aprendizaje atendiendo al enfoque por competencias, y los ubica en contextos disciplinares, curriculares y sociales amplios ❖ Lleva a la práctica procesos de enseñanza y de aprendizaje de manera efectiva, creativa e innovadora a su contexto institucional Evalúa los procesos de enseñanza y de aprendizaje con un enfoque formativo Construye ambientes para el aprendizaje autónomo y colaborativo Contribuye a la generación de un ambiente que facilite el desarrollo sano e integral de los estudiantes ❖ Participa en los proyectos de mejora continua de su escuela y apoya la gestión institucional

En esta etapa se requiere una mejor y mayor organización académica que apoye en forma relativa la actividad del alumno, que en este caso es mucho mayor que la del PA; lo que no quiere decir que su labor sea menos importante. **El PSP en lugar de transmitir vertical y unidireccionalmente los conocimientos, es un mediador del aprendizaje**, ya que:

- Planea y diseña experiencias y actividades necesarias para la adquisición de las competencias previstas. Asimismo, define los ambientes de aprendizaje, espacios y recursos adecuados para su logro.
- Proporciona oportunidades de aprendizaje a los estudiantes apoyándose en metodologías y estrategias didácticas pertinentes a los Resultados de Aprendizaje.
- Ayuda también al alumno a asumir un rol más comprometido con su propio proceso, invitándole a tomar decisiones.
- Facilita el aprender a pensar, fomentando un nivel más profundo de conocimiento.
- Ayuda en la creación y desarrollo de grupos colaborativos entre los alumnos.
- Guía permanentemente a los alumnos.
- Motiva al alumno a poner en práctica sus ideas, animándole en sus exploraciones y proyectos.

Considerando la importancia de que el PSP planee y despliegue con libertad su experiencia y creatividad para el desarrollo de las competencias consideradas en los programas de estudio y especificadas en los Resultados de Aprendizaje, en las competencias de las Unidades de Aprendizaje, así como en la competencia del módulo; **podrá proponer y utilizar todas las estrategias didácticas que considere necesarias** para el logro de estos fines educativos, con la recomendación de que fomente, preferentemente, las estrategias y técnicas didácticas que se describen en este apartado.

Al respecto, entenderemos como estrategias didácticas los planes y actividades orientados a un desempeño exitoso de los resultados de aprendizaje, que incluyen estrategias de enseñanza, estrategias de aprendizaje, métodos y técnicas didácticas, así como, acciones paralelas o alternativas que el PSP y los alumnos realizarán para obtener y verificar el logro de la competencia; bajo este tenor, **la autoevaluación debe ser considerada también como una estrategia por excelencia para educar al alumno en la responsabilidad y para que aprenda a valorar, criticar y reflexionar sobre el proceso de enseñanza y su aprendizaje individual**.

Es así como la selección de estas estrategias debe orientarse hacia un enfoque constructivista del conocimiento y estar dirigidas a que **los alumnos observen y estudien su entorno**, con el fin de generar nuevos conocimientos en contextos reales y el desarrollo de las capacidades reflexivas y críticas de los alumnos.

Desde esta perspectiva, a continuación se describen brevemente los tipos de aprendizaje que guiarán el diseño de las estrategias y las técnicas que deberán emplearse para el desarrollo de las mismas:

TIPOS APRENDIZAJES.

Significativo

Se fundamenta en una concepción constructivista del aprendizaje, la cual se nutre de diversas concepciones asociadas al cognoscitivismo, como la teoría psicogenética de Jean Piaget, el enfoque sociocultural de Vygotsky y la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel.

Dicha concepción sostiene que el ser humano tiene la disposición de **aprender verdaderamente sólo aquello a lo que le encuentra sentido** en virtud de que está vinculado con su entorno o con sus conocimientos previos. Con respecto al comportamiento del alumno, se espera que sean capaces de desarrollar aprendizajes significativos, en una amplia gama de situaciones y circunstancias, lo cual equivale a **"aprender a aprender"**, ya que de ello depende la construcción del conocimiento.

Colaborativo.

El aprendizaje colaborativo puede definirse como el conjunto de métodos de instrucción o entrenamiento para uso en grupos, así como de estrategias para propiciar el desarrollo de habilidades mixtas (aprendizaje y desarrollo personal y social). En el aprendizaje colaborativo **cada miembro del grupo es responsable de su propio aprendizaje, así como del de los restantes miembros del grupo** (Johnson, 1993.)

Más que una técnica, el aprendizaje colaborativo es considerado una filosofía de interacción y una forma personal de trabajo, que implica el manejo de aspectos tales como el **respeto a las contribuciones y capacidades individuales de los miembros del grupo** (Maldonado Pérez, 2007). Lo que lo distingue de otro tipo de situaciones grupales, es el desarrollo de la interdependencia positiva entre los alumnos, es decir, de una toma de conciencia de que **sólo es posible lograr las metas individuales de aprendizaje si los demás compañeros del grupo también logran las suyas**.

El aprendizaje colaborativo surge a través de transacciones entre los alumnos, o entre el docente y los alumnos, en un proceso en el cual cambia la responsabilidad del aprendizaje, del docente como experto, al alumno, y asume que el docente es también un sujeto que aprende. Lo más importante en la formación de grupos de trabajo colaborativo es vigilar que los elementos básicos estén claramente estructurados en cada sesión de trabajo. Sólo de esta manera se puede lograr que se produzca, tanto el esfuerzo colaborativo en el grupo, como una estrecha relación entre la colaboración y los resultados (Johnson & F. Johnson, 1997).

Los elementos básicos que deben estar presentes en los grupos de trabajo colaborativo para que éste sea efectivo son:

- la interdependencia positiva.
- la responsabilidad individual.

- la interacción promotora.
- el uso apropiado de destrezas sociales.
- el procesamiento del grupo.

Asimismo, el trabajo colaborativo se caracteriza principalmente por lo siguiente:

- Se desarrolla mediante **acciones de cooperación, responsabilidad, respeto y comunicación**, en forma sistemática, entre los integrantes del grupo y subgrupos.
- Va **más allá que sólo el simple trabajo en equipo** por parte de los alumnos. Básicamente se puede orientar a que los alumnos intercambien información y trabajen en tareas hasta que todos sus miembros las han entendido y terminado, aprendiendo a través de la colaboración.
- Se distingue por el desarrollo de una **interdependencia positiva entre los alumnos**, en donde se tome conciencia de que sólo es posible lograr las metas individuales de aprendizaje si los demás compañeros del grupo también logran las suyas.
- Aunque en esencia esta estrategia promueve la actividad en pequeños grupos de trabajo, se debe cuidar en el planteamiento de las actividades que **cada integrante obtenga una evidencia personal para poder integrarla a su portafolio de evidencias**.

Aprendizaje Basado en Problemas.

Consiste en la presentación de **situaciones reales o simuladas** que requieren la aplicación del conocimiento, en las cuales el **alumno debe analizar la situación y elegir o construir una o varias alternativas para su solución** (Díaz Barriga Arceo, 2003). Es importante aplicar esta estrategia ya que **las competencias se adquieren en el proceso de solución de problemas** y en este sentido, el alumno aprende a solucionarlos cuando se enfrenta a problemas de su vida cotidiana, a problemas vinculados con sus vivencias dentro del Colegio o con la profesión. Asimismo, el alumno se apropia de los conocimientos, habilidades y normas de comportamiento que le permiten la aplicación creativa a nuevas situaciones sociales, profesionales o de aprendizaje, por lo que:

- Se puede trabajar en forma individual o de grupos pequeños de alumnos que se reúnen a analizar y a resolver un problema seleccionado o diseñado especialmente para el logro de ciertos resultados de aprendizaje.
- Se debe presentar primero el problema, se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se regresa al problema con una solución o se identifican problemas nuevos y se repite el ciclo.
- Los problemas deben estar diseñados para motivar la búsqueda independiente de la información a través de todos los medios disponibles para el alumno y además generar discusión o controversia en el grupo.
- El mismo diseño del problema debe estimular que los alumnos utilicen los aprendizajes previamente adquiridos.

- El diseño del problema debe comprometer el interés de los alumnos para examinar de manera profunda los conceptos y objetivos que se quieren aprender.
- El problema debe estar en relación con los objetivos del programa de estudio y con problemas o situaciones de la vida diaria para que los alumnos encuentren mayor sentido en el trabajo que realizan.
- Los problemas deben llevar a los alumnos a tomar decisiones o hacer juicios basados en hechos, información lógica y fundamentada, y obligarlos a justificar sus decisiones y razonamientos.
- Se debe centrar en el alumno y no en el PSP.

TÉCNICAS

Método de proyectos.

Es una técnica didáctica que incluye actividades que pueden requerir que los alumnos **investiguen, construyan y analicen información** que coincida con los objetivos específicos de una tarea determinada en la que se **organizan actividades desde una perspectiva experiencial**, donde el alumno aprende a través de la práctica personal, activa y directa con el propósito de aclarar, reforzar y construir aprendizajes (Intel Educación).

Para definir proyectos efectivos se debe considerar principalmente que:

- Los alumnos son el centro del proceso de aprendizaje.
- Los proyectos se enfocan en resultados de aprendizaje acordes con los programas de estudio.
- Las preguntas orientadoras conducen la ejecución de los proyectos.
- Los proyectos involucran múltiples tipos de evaluaciones continuas.
- El proyecto tiene conexiones con el mundo real.
- Los alumnos demuestran conocimiento a través de un producto o desempeño.
- La tecnología apoya y mejora el aprendizaje de los alumnos.
- Las destrezas de pensamiento son integrales al proyecto.

Para el presente módulo se hacen las siguientes recomendaciones:

- Integrar varios módulos mediante el método de proyectos, lo cual es ideal para desarrollar un trabajo colaborativo.

- En el planteamiento del proyecto, cuidar los siguientes aspectos:
    - ✓ Establecer el alcance y la complejidad.
    - ✓ Determinar las metas.
    - ✓ Definir la duración.
    - ✓ Determinar los recursos y apoyos.
    - ✓ Establecer preguntas guía. Las preguntas guía conducen a los alumnos hacia el logro de los objetivos del proyecto. La cantidad de preguntas guía es proporcional a la complejidad del proyecto.
    - ✓ Calendarizar y organizar las actividades y productos preeliminares y definitivos necesarias para dar cumplimiento al proyecto.
- Las actividades deben ayudar a responsabilizar a los alumnos de su propio aprendizaje y a **aplicar competencias adquiridas** en el salón de clase **en proyectos reales**, cuyo planteamiento se basa en un problema real e **involucra distintas áreas**.
- El proyecto debe implicar que los alumnos **participen en un proceso de investigación**, en el que **utilicen diferentes estrategias de estudio**; puedan participar en el proceso de planificación del propio aprendizaje y les ayude a ser flexibles, reconocer al "otro" y comprender su propio entorno personal y cultural. Así entonces se debe favorecer el desarrollo de **estrategias de indagación, interpretación y presentación del proceso seguido**.
- De acuerdo a algunos teóricos, mediante el método de proyectos los alumnos buscan soluciones a problemas no convencionales, cuando llevan a la práctica el hacer y depurar preguntas, debatir ideas, hacer predicciones, diseñar planes y/o experimentos, recolectar y analizar datos, establecer conclusiones, comunicar sus ideas y descubrimientos a otros, hacer nuevas preguntas, crear artefactos o propuestas muy concretas de orden social, científico, ambiental, etc.
- En la gran mayoría de los casos los proyectos se llevan a cabo **fuera del salón de clase** y, dependiendo de la orientación del proyecto, en muchos de los casos pueden **interactuar con sus comunidades** o permitirle un **contacto directo con las fuentes de información** necesarias para el planteamiento de su trabajo. Estas experiencias en las que se ven involucrados hacen que aprendan a manejar y usar los recursos de los que disponen como el tiempo y los materiales.
- Como medio de evaluación se recomienda que todos los proyectos tengan **una o más presentaciones del avance para evaluar resultados** relacionados con el proyecto.
- Para conocer acerca del progreso de un proyecto se puede:
    - ✓ Pedir reportes del progreso.
    - ✓ Presentaciones de avance,
    - ✓ Monitorear el trabajo individual o en grupos.

- ✓ Solicitar una bitácora en relación con cada proyecto.
- ✓ Calendarizar sesiones semanales de reflexión sobre avances en función de la revisión del plan de proyecto.

Estudio de casos.

El estudio de casos es una técnica de enseñanza en la que los alumnos **aprenden sobre la base de experiencias y situaciones de la vida real**, y se permiten así, construir su propio aprendizaje en un contexto que los aproxima a su entorno. Esta técnica se basa en la participación activa y en procesos colaborativos y democráticos de discusión de la situación reflejada en el caso, por lo que:

- Se deben representar situaciones problemáticas diversas de la vida para que se estudien y analicen.
- Se pretende que los alumnos generen soluciones validas para los posibles problemas de carácter complejo que se presenten en la realidad futura.
- Se deben proponer datos concretos para reflexionar, analizar y discutir en grupo y encontrar posibles alternativas para la solución del problema planteado. Guiar al alumno en la generación de alternativas de solución, le permite desarrollar la habilidad creativa, la capacidad de innovación y representa un recurso para conectar la teoría a la práctica real.
- Debe permitir reflexionar y contrastar las propias conclusiones con las de otros, aceptarlas y expresar sugerencias.

El estudio de casos es pertinente usarlo cuando se pretende:

- Analizar un problema.
- Determinar un método de análisis.
- Adquirir agilidad en determinar alternativas o cursos de acción.
- Tomar decisiones.

Algunos teóricos plantean las siguientes fases para el estudio de un caso:

- **Fase preliminar:** Presentación del caso a los participantes
- **Fase de eclosión:** "Explosión" de opiniones, impresiones, juicios, posibles alternativas, etc., por parte de los participantes.
- **Fase de análisis:** En esta fase es preciso llegar hasta la determinación de aquellos hechos que son significativos. Se concluye esta fase cuando se ha conseguido una síntesis aceptada por todos los miembros del grupo.
- **Fase de conceptualización:** Es la formulación de conceptos o de principios concretos de acción, aplicables en el caso actual y que permiten ser utilizados o transferidos en una situación parecida.

Interrogación.

Consiste en llevar a los alumnos a la **discusión y al análisis de situaciones o información**, con base en preguntas planteadas y formuladas por el PSP o por los mismos alumnos, con el fin de explorar las capacidades del pensamiento al activar sus procesos cognitivos; se recomienda **integrar esta técnica de manera sistemática y continua** a las anteriormente descritas y al abordar cualquier tema del programa de estudio.

Participativo-vivenciales.

Son un conjunto de elementos didácticos, sobre todo los que exigen un grado considerable de **involucramiento y participación de todos los miembros del grupo** y que sólo tienen como límite el grado de imaginación y creatividad del facilitador.

Los ejercicios vivenciales son una alternativa para llevar a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje, no sólo porque facilitan la transmisión de conocimientos, sino porque además permiten **identificar y fomentar aspectos de liderazgo, motivación, interacción y comunicación del grupo**, etc., los cuales son de vital importancia para la organización, desarrollo y control de un grupo de aprendizaje.

Los ejercicios vivenciales resultan ser una situación planeada y estructurada de tal manera que representan una experiencia muy atractiva, divertida y hasta emocionante. El juego significa apartarse, salirse de lo rutinario y monótono, para asumir un papel o personaje a través del cual el individuo pueda manifestar lo que verdaderamente es o quisiera ser sin temor a la crítica, al rechazo o al ridículo.

El desarrollo de estas experiencias se encuentra determinado por los conocimientos, habilidades y actitudes que el grupo requiera revisar o analizar y por sus propias vivencias y necesidades personales.

4. Enfoque del Módulo

El módulo de **Representación simbólica y angular del entorno** tiene la intención de facilitar al alumno la comprensión y explicación de su entorno, de los sucesos, situaciones o acontecimientos que en él ocurren. Un propósito central es que el alumno aprenda a utilizar las reglas, procedimientos y algoritmos, aplicando metodologías para resolver problemas reales, no solamente los que se resuelven con los procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela, sino también aquellos cuyo descubrimiento y solución requieren de la curiosidad y la imaginación creativa, también tiene como propósito general el desarrollo de las habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento.

No pretende ser la pura transmisión de un conocimiento fijo y acabado, sino que pretende fomentar en el alumno la misma curiosidad y las actitudes que hicieron posible la creación de esta disciplina.

Para ello, deberán desarrollar las siguientes capacidades:

- Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de la solución de problemas.
- Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema.
- Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas.
- Reconocer situaciones análogas (es decir, que desde un punto de vista matemático tienen una estructura equivalente).
- Escoger o adaptar la estrategia adecuada para la resolución de un problema.
- Comunicar estrategias, procedimientos y resultados de manera clara y concisa.
- Predecir y generalizar resultados.
- Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo.

Por otra parte, se recomienda seguir desarrollando las siguientes **competencias genéricas**:

- Identifica las ideas clave en un texto, discurso oral o planteamiento de un problema cotidiano e infiere conclusiones, expresándolas a través de lenguaje matemático.
- Expresa ideas y conceptos matemáticos mediante representaciones algebraicas o gráficas.
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera analítica y reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuyen al alcance de un objetivo o solución a la situación planteada.
- Utiliza la hipótesis, tesis y síntesis como pasos del método analítico aplicado a la Matemática.
- Diseña modelos y aplica algoritmos probando su validez en casos de la vida real.
- Asume una actitud que favorece la solución de problemas ambientales valiéndose del método científico para demostrar conclusiones en los ámbitos locales, nacionales e internacionales, de acuerdo al nivel que domina.
- En la solución matemática de problemas aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

5. Orientaciones didácticas y estrategias de aprendizaje por unidad

Unidad I	Maneja aplicaciones algebraicas de funciones trascendentes.
Orientaciones Didácticas	

A lo largo de la unidad y de todo el módulo, se sugiere al PSP llevar a acabo:

Diferentes técnicas dirigidas al trabajo de grupo y en equipos, las actividades deberán centrarse en la participación de los estudiantes a partir de sus vivencias y necesidades, haciendo ejercicio de la crítica y la autocrática constructiva, valores que se ejercitarán ,además con el ejercicio de los diferentes tipos de evaluación como la coevaluación y la autoevaluación.

Es recomendable que se procure integrar contenidos de diferentes temas o áreas del módulo, de modo que el alumno pueda percibir las relaciones existentes entre las diferentes partes de las matemáticas y tenga la oportunidad de practicar constantemente los conocimientos adquiridos, de esta manera el aprendizaje de ciertos temas no queda localizado en un solo momento de la enseñanza de esta disciplina.

El trabajo en clase favorecerá la comprensión de las nociones matemáticas a partir de la solución de problemas muy diversos y permitirá el desarrollo de las estrategias de conteo, cálculo mental, estimación de resultados, el uso inteligente de la calculadora, usos y significados de las fracciones en diversos contextos, así como sus operaciones y los algoritmos para realizar los procedimientos de funciones trascendentes: exponenciales, logarítmicas, geometría y trigonometría, lo que permitirá revisar las operaciones de estas disciplinas y afianzar su comprensión.

Es importante que a lo largo del estudio de los temas propuestos se diseñen actividades que favorezcan la práctica permanente de las operaciones con funciones trascendentes, sin que estas actividades se reduzcan a ejercicios rutinarios.

Se propone que los alumnos conozcan y estudien las razones trigonométricas de un triángulo y las utilicen en la solución de los problemas en los que esta disciplina es tan rica, como son el cálculo de distancias inaccesibles a la medición directa o cuando no existen referencias físicas desde las cuales partir, situaciones en donde se puede realizar la medición indirectamente o una distancia, o un ángulo a determinar por un topógrafo desde un lugar alejado al área en cuestión.

Dentro de las sesiones trate de:

- Establecer modelos donde se apliquen los algoritmos ejemplificados en clase a través de ejercicios propuestos por el alumno.
- Resuelve y analiza: ejemplos, preguntas, problemas y obtiene conclusiones a partir de las actividades desarrolladas que le permitan participar en las diferentes dinámicas de trabajo, solicitando experiencias de los alumnos que se puedan ubicar en modelos exponenciales o logarítmicos por sus características.
- Generar ejemplos, preguntas, problemas y obtiene conclusiones a partir de los ejercicios desarrollados y de su experiencia personal, debatiéndolos en las diferentes dinámicas de trabajo grupal o individual.

- Señalar las propiedades de una ecuación conjuntamente con la gráfica que representa.
- Formular por diversos métodos la solución de ecuaciones relacionándolas con el tipo de función e identificando los procedimientos o soluciones, pide a los alumnos que resuelvan los ejercicios al azar.
- Ejemplificar soluciones elaborando un diagrama o mapa conceptual de los mismos y describiendo su aplicación en el mundo real.
- Participar en las dinámicas de trabajo grupal o individual desarrollando, coevaluando y retroalimentando los diversos ejercicios, con el grupo de alumnos.
- Identificar y definir las propiedades de las ecuaciones exponenciales y logarítmicas para su aplicación en problemas de la vida cotidiana.
- Modelar problemas con situaciones del entorno inmediato, siguiendo los modelos vistos en clase o expuestos en los libros, trabajando por equipos y realimentando al grupo.
- Participar en la evaluación formativa, valorando el trabajo de los equipos o el propio ante el grupo. (coevaluación/autoevaluación).
- Efectuar actividades lúdicas como apoyo a procesos matemáticos.
- Criticar las respuestas y soluciones a los ejercicios propuestos, para con el grupo llegar a conclusiones.
- Analizar los ejemplos mostrados y elabora de manera colectiva ensayos sobre los sistemas numéricos, su finalidad, utilidad de las funciones trascendentes, las ecuaciones exponenciales, los logaritmos y de las gráficas geométricas y trigonométricas.
- Comentar el trabajo realizado, así como la experiencia de aprendizaje con el grupo o los diferentes equipos.
- Analizar cada una de las situaciones presentadas y resuelve los ejercicios relativos al tipo de modelo utilizado, justificando cada una de las respuestas.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Discutir en grupo, cómo resolver problemas que involucren funciones exponenciales o logarítmicas que les sean interesantes, planteados por ellos mismos, en los que apliquen las operaciones que sugiere el contenido. • Resolver por equipos problemas en los que se requieren procedimientos como los exponenciales o logarítmicos. • Realizar individualmente un glosario con los conceptos aprendidos durante la unidad: función, relación, dominio, rango, logaritmo, base, exponente, función inversa, mantisa etc. • Ejercitar individualmente la interpretación de situaciones cotidianas para expresarlas en lenguaje exponencial o logarítmico aplicando este también a otras disciplinas como física, química etc.	• Antonyan Natella **Matemáticas 2 Funciones** Thomson editores, SA de CV México • Bosch G., Carlos. **Matemáticas Básicas**. México Ed. Limusa, 2002. • Carreño Campos Ximena. **Álgebra**. México, Publicaciones Culturales, 2003. • Gobran, Alfonso. **Álgebra Elemental**. México Ed. Iberoamericana 2001

• Interpretar individualmente una expresión exponencial o logarítmica en lenguaje común y viceversa, posteriormente integrar equipos para competir en la interpretación de las expresiones. • Clasificar individualmente una expresión algebraica de acuerdo con su procedimiento. • Calcular individualmente el valor numérico de expresiones exponenciales o logarítmicas. • Seleccionar en equipo problemas planteados, que sean de interés y discutir la solución de éstos, en términos de las operaciones utilizadas por cada equipo. • Realizar operaciones con términos exponenciales o logarítmicos, pasando al pizarrón para competir individualmente. • Resolver el problema No. 1 "Problemas dados que involucran expresiones con exponenciales y logaritmos", realizando en cada problema las actividades que se enlistan a continuación: 1. Convertir de lenguaje común al lenguaje algebraico. 2. Simplifique las expresiones. 3. Obtener los logaritmos. 4. Determinar el valor de la base. 5. Resolver los sistemas de ecuaciones. 6. Graficar las ecuaciones susceptibles. 7. Solucionar las ecuaciones. 8. Verificar los valores para cumplir las condiciones dadas. 9. Demostrar condiciones dadas para valorar las soluciones. • Realizar el ejercicios No. 2 "Expresiones algebraicas de funciones exponenciales y logarítmicas"	• Software Office 2000 o superior. • www.sos.math.com/algebra/algebra.html Parte de los ejercicios son extraídos del sitio: • http://www.fisicanet.com.ar

Unidad II	Modelado de superficies y espacios.
Orientaciones Didácticas	

- Resalta el aprendizaje de algunas propiedades de las figuras geométricas y la visualización de regularidades en ellas, por lo que se debe prestar mucha atención en que el alumno asimile cada avance en la disciplina.
- Enfatiza la relación tan íntima de la congruencia, con los aspectos más habituales de su entorno que es un tópico habitual en la Educación Media y tema casi ineludible por lo que significa para el alumno en su vida profesional.
- Denota su estrecha relación con la expresión artística, apoyada en la construcción geométrica, que le otorga múltiples facetas.
- Favorece su aprendizaje el desarrollo de habilidades asociadas al sentido espacial, al dominio de propiedades geométricas de algunas figuras y al desarrollo de habilidades y estructuras intelectuales tan necesarias de despertar en nuestros alumnos.
- Valora como iniciación al pensamiento formal el aprendizaje de la geometría plana y en particular la congruencia de figuras planas, a este argumento es necesario agregar que también es importante como una fuente de intuiciones; permite aproximaciones a través de pruebas no formales, no axiomatizadas, como dibujos y plegados de papel tópico recomendable a desarrollar en clases.
- Conduce en esta unidad el que los alumnos puedan argumentar y fundamentar sus conclusiones en hechos y/o cadenas de afirmaciones coherentes tratando de vincular en esta perspectiva los hechos cotidianos.
- Considerada las demostraciones no formales como una etapa inicial de un proceso hacia las demostraciones más formales. no como errores o deficiencias.
- Relaciona la congruencia de triángulos con dos temas: las transformaciones geométricas y la construcción de triángulos.
- Construye un triángulo u otra figura geométrica, a partir de sus elementos primarios.
- Determina cuáles elementos primarios son necesarios y suficientes para determinar un solo tipo de triángulo, estas son reflexiones importantes para que los criterios de congruencia tengan sentido.
- Facilita el análisis de figuras geométricas mediante los criterios de congruencia de triángulos, los ejes y centros de simetría de las figuras, su uso permite visualizar regularidades y analizar bajo qué condiciones se da tal o cual regularidad.
- Demuestra en clase el Teorema de Pitágoras apoyándose en los teoremas de Euclides.

  El punto de partida, en este caso, es la expresión del Teorema de Euclides referida a los catetos:

  $a^2 = cp$

  $b^2 = cq$

  $a^2 + b^2 = c\,(p + q) = c^2$
- Familiariza a los estudiantes con las distintas formas de plantear una demostración para este importante Teorema de Pitágoras.

- Demuestra en clase que en un triángulo rectángulo, el área de la semicircunferencia construida sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de las semicircunferencias construidas sobre los catetos.
- Demuestra en clase que la conjetura de Fermat en un triángulo rectángulo, **“NO EXISTEN SOLUCIONES ENTERAS PARA X, Y, Z DE $X^n + Y^n = Z^n$ SI n ES UN NÚMERO ENTERO MAYOR QUE 2”.**
- Promueve una platica con los alumnos sobre la importancia de cómo un área de las matemáticas se desarrolla a través del tiempo, que observen cómo el intentar resolver este problema significó casi tres siglos de desarrollo en matemática *(Fermat falleció en 1665 y en 1995 esta proposición dejó de ser una conjetura para transformarse en un teorema).*es importante que los alumnos obtengan esta idea para que relacionen la necesidad de aprender matemáticas con los problemas de la vida cotidiana.
- Induce a los alumnos a encontrar contraejemplos (para $n = 3$ por ejemplo) y que perciban que podrían continuar con casos particulares, valorando así la demostración.
- Recomienda que ingresen a internet en www-goups.dcs.st-and.ac.uk/ donde se puede obtener información sobre el último Teorema de Fermat y sobre la historia de la matemática. Finalmente, que sepan que esta conjetura que es sencilla en su formulación, tiene una demostración compleja, que exige para su comprensión un conocimiento especializado en matemática.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Establecer modelos donde se apliquen los algoritmos para identificar un tipo u otro de figura geométrica ejemplificados en clase a través de ejercicios propuestos, trabaja en equipos. • Generar ejemplos, preguntas, ejercicios o conclusiones individualmente a partir de los ejercicios de modelado de espacios geométricos desarrollados en clase, que le permitan participar en las diferentes dinámicas de trabajo grupal o individual. • Resolver individualmente ejercicios relativos a la ubicación de figuras planas. • Identificar y relacionar los tipos de pares de ángulos, individualmente, que se forman en dos rectas paralelas cortadas por una secante. • Resolver ejercicios de formación de ángulos por dos rectas paralelas y una secante de manera coordinada, trabajando en equipos o duetos. • Identificar y medir individualmente en situaciones reales de su entorno diferentes tipos de ángulos utilizando las técnicas propuestas por el docente. • Identificar y ejemplificar pares de ángulos complementarios o suplementarios recuperados en su entorno o espacio físico, por equipos de trabajo. • Interpretar verbalmente e individualmente qué significa medir un ángulo en sistema sexagesimal,	• Millar, C.; V, Hornsby Jr, E. **Matemática: Razonamiento y Aplicaciones.** México Addison Wesley Longman;1999 • Fuenlabrada, Samuel. **Geometría y Trigonometría**. México, Mc Graw Hill 2004, 209 pp. • Ruiz Basto, Joaquín. **Geometría y Trigonometría,** Editorial Publicaciones Culturales, 2005. • García Arenas, Jesús. **Geometría y Experiencias.** México, Editorial Alambra, 1990, 190 pp. • Burri Gail, F. **Geometría Integración, Aplicaciones y Conexiones**. México, Editorial McGraw-Hill, 2003, 887 pp.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
realizando ejercicios de medición de ángulos de manera expositiva ante el grupo. • Realizar pirámides triangulares para descomponerlas y pasar a la geometría plana definiendo el concepto de triángulo. • Identificar individualmente en su entorno sitios en los cuales se encuentran representados diferentes tipos de triángulos a fin de desarrollar la ubicación espacial de figuras geométricas. • Identificar individualmente las rectas y puntos notables en un triángulo y sus cálculos en ejercicios estructurados. • Resolver individualmente ejercicios de cálculo de áreas y perímetros de diferentes triángulos para aplicar las fórmulas. • Consultar y esquematizar los conceptos de semejanza y congruencia en triángulos para presentarlos en una exposición oral. • Resolver individualmente ejercicios de congruencia y semejanza con distintos triángulos para identificar las condiciones de uso de cada uno de ellos. • Determinar grupalmente las escalas de ampliación o reducción en planos arquitectónicos mediante dibujos de fotocopiadora e imágenes fotográficas. • Construir individualmente cuadrados sobre los lados de un triángulo rectángulo y calcular el área de los dos cuadrados menores y compararla con el área del cuadrado mayor. • Modelar y ejemplificar ejercicios de superficies y volúmenes con situaciones del entorno inmediato, siguiendo los modelos vistos en clase, trabajando por equipos y realimentando al grupo. • Participar individualmente exponiendo sus ideas y conocimientos con relación a los polígonos, su clasificación, elementos que lo forman y sus ángulos tanto internos como externos. • Exponer la clasificación de polígonos, elementos que lo forman y la suma de sus ángulos tanto internos como externos en equipo empleando información bibliográfica. • Identificar y clasificar individualmente los polígonos presentados en regulares e irregulares. • Ejercitar individualmente el trazo de los elementos de un polígono (radio, apotema y diagonales) en distintas figuras. • Dibujar figuras irregulares y establecer procedimientos para calcular sus áreas grupalmente. • Elaborar en equipo un proyecto real que involucre el cálculo de áreas verdes y perímetros de las	

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
mismas en diferentes jardines o parques de la localidad. • Distinguir la diferencia y relación al círculo y la circunferencia conjuntamente con sus elementos como son radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y secante recuperando grupalmente los conocimientos e ideas que se tienen al respecto. • Definir las características de los elementos del círculo: radio, diámetro, cuerda, arco, tangente y secante consultando individualmente la bibliografía disponible. • Buscar individualmente ejemplos de círculos en su entorno donde señale y/o trace los elementos que lo forman. • Investigar grupalmente las aplicaciones que tiene la tangente en el campo de la física o la astronomía. • Calcular individualmente los ángulos que se forman en la circunferencia. • Calcular áreas y perímetros que involucren a la circunferencia y al círculo mediante equipos de trabajo para compartir las soluciones con el resto del grupo y realimentarse. • Identificar los conceptos relacionados con la recta y algunas de sus propiedades participando en una lluvia de ideas. • Elaborar de manera individual un escrito sobre que es la ubicación espacial y su finalidad analizando los ejemplos mostrados por el Prestador de Servicios Profesionales, posteriormente comentar el trabajo realizado, así como la experiencia de aprendizaje. • Realizar la actividad No. 1 “Análisis de relaciones y propiedades de figuras geométricas que derivan de la posibilidad de recubrir superficies planas.” • Realizar la actividad No.2 “Simetría, traslación y rotación en un sistema cartesiano de coordenadas y analizarlas”. • Realizar la actividad No.3 “Transformaciones isométricas”. • Realizar la actividad No.4 “Congruencia de figuras geométricas”. • Realizar la actividad No.5 “Congruencia de líneas, de ángulos, de triángulos, de figuras en general”. • Realizar la actividad No.6 “Congruencia de figuras cuadriláteros, triángulos y circunferencia”. • Realizar la actividad No.7 “Geometría Euclidiana”.	

Unidad III	Uso de la trigonometría.
Orientaciones Didácticas	

- Desarrolla ejemplos del entorno, conceptos, técnicas y métodos de la trigonometría, alternando con el dominio de algoritmos, hasta la reflexión y comprensión teórica de los contenidos. Lo anterior implica que, en vez de iniciar el estudio de cada tema con las deducciones habituales de fórmulas (que en ocasiones incluyen conceptualizaciones teóricas), realice la ejercitación algorítmica correspondiente.
- Induce la mejora de la capacidad de pensamiento reflexivo e incorporar al lenguaje y modos de argumentación las formas de expresión y razonamiento trigonométrico, tanto en los procesos científicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana, con el fin de comunicarse de manera clara, concisa y precisa.
- Estimula adecuadamente las herramientas trigonométricas que adquirirá el alumno aplicándolas a situaciones de la vida diaria.
- Reconoce en el ámbito cotidiano y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos trigonométricos
- Ejercita el uso básico de las técnicas y métodos de cada apartado, alternando con la resolución de problemas prácticos.
- Emplea propiedades trigonométricas, sus relaciones y la visualización de regularidades en ellas para abordar, problemas del medio circundante (económicos, sociales, ambientales, demográficos, etc.) y de diferentes campos del saber, que propicien el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo (en el ámbito matemático y en el contexto social).
- Desarrolla habilidades intelectuales asociadas al sentido espacial, apoyada en la construcción trigonométrica.
- Utiliza demostraciones no formales como una etapa inicial de un proceso hacia las demostraciones más formales.
- Identifica las formas planas o espaciales que se presentan en la vida diaria y analizar las propiedades y relaciones entre ellas, adquiriendo una sensibilidad progresiva ante la belleza. Un tipo de belleza matemática consiste en el orden intelectual que ante hechos aparentemente inconexos comienza a aparecer. Como un paisaje desde lo alto de la montaña que se desvela de una bruma que lo cubría. Todo el objeto contemplado aparece en conexión y la unidad lo invade. Entes aparentemente diversos que surgen en contextos diferentes resultan ser el mismo o estar ligados por una estructura armoniosa. La contemplación fácil de esta unidad inesperada es sin duda una de las fuentes de gozo estético de muchos hechos matemáticos que generan.
- Utiliza de forma adecuada los distintos medios tecnológicos (calculadoras, ordenadores, etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.
- Actúa ante los problemas que se plantean en la vida cotidiana de acuerdo con modos propios de la disciplina, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
- Elabora estrategias personales y transmítelas paso por paso para el análisis de situaciones concretas, la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

- Manifiesta en todo momento una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en la propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito pues los alumnos son mas dados a imitar una actuación que a comportarse de acuerdo a lo que se les dice que deben hacer y así ayudarlos a adquirir un nivel de autoestima adecuado, que les permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos y utilitarios de la trigonometría.
- Integra los conocimientos trigonométricos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas materias de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.
- Valora la trigonometría como parte integrante de nuestra cultura tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual y aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el respeto al medio ambiente, la salud, el consumo, la igualdad entre los sexos o la convivencia pacífica.
- Participa en la evaluación formativa de los productos y desempeños generados en las actividades, con el apoyo de listas de cotejo y guías de observación, según sea el caso.
- Identifica y mide en situaciones reales de su entorno diferentes tipos de ángulos utilizando las técnicas propuestas en clase.
- Identifica y ejemplifica pares de ángulos complementarios o suplementarios recuperados en su entorno o espacio físico, por equipos de trabajo.
- Busca en su entorno sitios en los cuales se encuentran representados diferentes tipos de triángulos para calcularlos.

Estrategias de Aprendizaje	Recursos Académicos
• Calcular los valores de seno, coseno y tangente de ángulos de 30°,45° y 60° a partir de los triángulos isósceles y equiláteros y cotejar resultados con los valores que proporciona una tabla o la calculadora, discutiéndolo de manera grupal. • Obtener conclusiones por escrito sobre cómo relacionar ángulos y lados de un triángulo rectángulo, para aplicar las funciones trigonométricas y resolver problemas reales y teóricos individualmente. • Identificar las razones trigonométricas analizando diversas situaciones relativas a la trigonometría para aplicarlas en su entorno. • Representar las funciones trigonométricas en el plano cartesiano o círculo de radio unitario de manera individual. • Aplicar las funciones directas y recíprocas en la solución de triángulos trabajando en equipo. • Graficar las funciones trigonométricas. • Analizar y discutir grupalmente las características de los triángulos oblicuángulos como son su longitud y medida de sus ángulos. • Identificar las características de los problemas donde se aplican las Leyes de Senos y	Bibliografía: Fuenlabrada, Samuel. **Geometría y Trigonometría.** México, Mc Graw Hill 2004, 209 pp. Ruiz Basto, Joaquín. **Geometría y Trigonometría,** Editorial Publicaciones Culturales, 2005. Consultar en la siguiente dirección electrónica: http:/www.dgb.sep.gob.mx El documento “Títulos sugeridos para los programas de estudio de la Reforma Curricular” Parte de los ejercicios son extraídos del sitio: http://www.fisicanet.com.ar

Cósenos de manera grupal. • Seleccionar problemas con situaciones del entorno inmediato, siguiendo los modelos trigonométricos expuestos en clase trabajando en equipo e intercambiar las respuestas para su realimentación. • Identificar los elementos trigonométricos presentes en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes, grupalmente con apoyo del Prestador de Servicios Profesionales. • Realizar el ejercicio N°. 1 “Cálculo de distancias, superficies y ángulos”. • Realizar el ejercicio N°. 2 “Demostración y resolución de identidades y representación de situaciones”. • Realizar la actividad N°. 3 “Ejemplos de ejercicios de trigonometría”.	

6. Prácticas/Ejercicios / Problemas/Actividades

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 1:	Maneja aplicaciones algebraicas de funciones trascendentes.		
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Emplea las funciones exponenciales y logarítmicas para la representación algebraica de situaciones de su entorno.		
Problemas números 1	Problemas dados que involucran expresiones con exponenciales y logaritmos.		

Resolver los siguientes problemas:

1. Una pelota de goma se deja caer desde una altura de 10 metros. Cada vez que rebota contra el piso pierde un 10% de altura. ¿Cuántos rebotes son necesarios para que este a 2 metros del suelo?
2. Cada vez que limpiamos un matraz, eliminamos el 98 % de las sustancias presentes. ¿Cuántos enjuagues son necesarios si necesitamos que ninguna impureza tenga una concentración de una parte en un millón dentro del matraz?
3. Necesitamos medir con exactitud el volumen de una caja con forma cúbica. El error en la medida del volumen no puede superar el 0,2 %. Disponemos de una regla milimetrada. La arista de la caja mide, con esta regla, 84,7 cm. ¿Nos sirve esta regla?
4. La Eschericia colli se reproduce muy rápido, siempre que tenga alimento suficiente. En un instante determinado sembramos 50 bacterias en un cultivo. Estas se reproducen, duplicándose cada 25 minutos. ¿Cuánto tiempo hace falta para que la cantidad de bacterias sea mayor a 100 millones?
5. El Radón es una sustancia radioactiva y asumimos que pierde un 10 % de su masa cada año ¿Si tenemos 100 litros en que tiempo se reducirá a la tercera parte?
6. El crecimiento de una colonia de insectos sigue un crecimiento exponencial que puede ser modelado con la siguiente ecuación X (t) = X0 ekt. Si inicialmente habían 10000 insectos y después de 15 horas la población de éstos aumenta a 15000, ¿cuántos insectos habrán en la colonia después de 2 días? ¿Cuánto tiempo tendría que pasar para que la colonia tenga 100000 insectos?
7. Un pollo que tiene una temperatura de 400°C es movido a un horno cuya temperatura es de 1000°C. Después de 4 horas la temperatura del pollo alcanza 1700°C. Si el pollo está listo para comer cuando su temperatura llegue a 1850°C, ¿Cuánto tiempo tomará cocinarlo?
8. El crecimiento de una colonia de hormigas está determinado por la siguiente ecuación P (t) =230/1+56.5e-.37t ¿Cuántas hormigas habían inicialmente? ¿Cuánto tiempo le tomará a las hormigas tener una población igual a 18000?
9. Expresa la superficie de una esfera en función de su volumen.
10. En un criadero de conejos cada hembra tiene cinco crías cada tres meses de gestación, si contamos a la cría de una sola pareja, indicar Cuántos conejos habrá en 100 períodos de cría si no ha muerto ningún conejo.

11. Analizamos un cultivo de bacterias, las que se reproducen cada 0,2 seg. Si partimos de 10 bacterias cuantas habrá al cabo de 70 ciclos de reproducción si no ha muerto ninguna.
12. Es posible medir la concentración de alcohol en la sangre de una persona. Investigaciones médicas recientes sugieren que el riesgo *R* (dado como porcentaje) de tener un accidente automovilístico puede ser modelado mediante la ecuación: $R= 6e^{kx}$ donde *x*: es la concentración de alcohol en la sangre y *k* una constante.
    a. Al suponer una concentración de 0.04 de alcohol en la sangre produce un riesgo del 10% (*R* = 10) de sufrir un accidente, ¿cuál es el valor de la constante k?
    b. Utilice el valor de *k* e indique cuál es el riesgo para diferentes concentraciones de alcohol (0.17, 0.19,...).
    c. Con el mismo valor de *k* indique la concentración de alcohol correspondiente a un riesgo del 100%.
    d. Si la ley establece que las personas con un riesgo del 20% o mayor de sufrir un accidente no deben conducir vehículos ¿con cuál concentración de alcohol en la sangre debe un conductor ser arrestado y multado?

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

Unidad de Aprendizaje 1:	Maneja aplicaciones algebraicas de funciones trascendentes.
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve las ecuaciones exponenciales y logarítmicas para solucionar situaciones de su entorno.
Ejercicio número 2	Expresiones algebraicas de funciones exponenciales y logarítmicas.

Ejercicios de exponenciales

1.- $2^{2x-1} = 4$

2.- $3^{\frac{x-3}{2x-1}} = 3^{\frac{3}{2}}$

3.- $2^{x+1} + 2^{x} + 2^{x-1} = 28$

4.- $2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$

5.- $1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{x} = 1023$

6.- $2^{2x+1} - 3 \cdot 2^{x} + 1 = 0$

7.- $2 - 3^{-x} + 3^{x+1} = 0$

8.- $\sqrt[3]{8^{x}} = 65536$

9.- $4^{x^2-6x} = 16384$

10.- $4^{\sqrt{x+1}} - 2^{\sqrt{x+1}+2} = 0$

11.- $4^{3x} = 8^{x} + 3$

Ejercicios de sistemas de ecuaciones exponenciales

1.-

$$\begin{cases} 3^{2x+y} = 3^7 \\ 3^{x-2y} = 3 \end{cases}$$

2.-

$$\begin{cases} \dfrac{2^{2x-3}}{2^{3y+2}} = 2^8 \\ 3x - 2y = 17 \end{cases}$$

3.-

$$\begin{cases} 5^x \cdot 25^y = 5^7 \\ 2^{x-1} \cdot 2^{y+2} = 64 \end{cases}$$

4.-

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases}$$

5.-

$$\begin{cases} 3^x - 2^y = 1 \\ 3^{x-1} = 2^{y-2} + 1 \end{cases}$$

Ejercicios de logaritmos

1.-

$$\log_{\frac{1}{2}} 0.25 = y$$

2.-

$$\log_{\sqrt{5}} 125 = y$$

3.-

$$\log 0.001 = y$$

4.-

$$\ln \frac{1}{e^3} = y$$

5.-

$$\log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{\frac{1}{81}} = y$$

Ecuaciones logarítmicas

1.-

$$\log 2 + \log\left(11 - x^2\right) = 2\log(5 - x)$$

2.-

$$2\log x = 3 + \log\frac{x}{10}$$

3.-

$$\log x + \log(x+3) = 2\log(x+1)$$

4.-

$$\frac{\log\left(16 - x^2\right)}{\log(3x - 4)} = 2$$

Ejercicios de sistemas de ecuaciones logarítmicas

1.-

$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 20 \end{cases}$$

2.-

$$\begin{cases} \log x + \log y = \log 2 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Ejercicios de sistemas de ecuaciones logarítmicas(continuación)

Ejercicios tomados de: http://w.vitutor.cwwom/al/log/e_e.html

Respuestas de "Ejercicios de exponenciales"

1.-

$$x = \frac{3}{2}$$

2.-

$$x = -\frac{3}{4}$$

3.-

$$x = 3$$

4.-

$$x = \pm 2$$

5.-

$$x = 9$$

6.-

$$x_1 = -1$$
$$x_2 = 0$$

7.-

$$x = -1$$

8.-

$$x = 16$$

9.-

$$x_1 = 7 \qquad x_2 = -1$$

10.-

$$x = 3$$

11.-

$$x = \frac{\log \frac{1+\sqrt{13}}{2}}{3\log 2} = 0.441$$

Respuestas de "Ejercicios de sistemas de ecuaciones exponenciales"

1.-

$$x = 3 \qquad y = 1$$

2.-

$$x = 5 \qquad y = -1$$

3.-

$$x = 3 \qquad y = 2$$

4.-

$$x = 3$$
$$y = 0$$

5.-

$$x = 2$$
$$y = 3$$

Respuestas de "Ejercicios de logaritmos"

1.-

$$y = 2$$

2.-

$$y = 6$$

3.-

$$y = -3$$

4.-

$$y = -5$$

5.-

$$y = -\frac{8}{5}$$

Para despejar una incógnita que está en el exponente de una potencia, se toman logaritmos cuya base es la base de la potencia.

$$a^x = b$$

$$\log_a a^x = \log_a b \qquad x \log_a a = \log_a b \qquad x = \log_a b$$

30 $10^{x+2} = 5$

$$x = -1.3010$$

Respuestas de Ecuaciones logarítmicas

1.-

$$x = 3$$

$$x = \frac{1}{3}$$

2.-

$$x = 100$$

3.-

$$x = 1$$

4.-

$$x = 0$$

$$x = \frac{12}{5}$$

Respuestas de "Ejercicios de sistemas de ecuaciones logarítmicas"

1.-

$$y = 10\left(\sqrt{2} - 1\right) \qquad x = 10\left(\sqrt{2} + 1\right)$$

2.-

$$y = 2 \qquad x = 1$$

$$y = 1 \qquad x = 2$$

Respuestas de "Ejercicios de sistemas de ecuaciones logarítmicas" (continuación)

Ejercicios tomados de: http://w.vitutor.cwwom/al/log/e_e.html

Nombre del Alumno:		Grupo:	

Unidad de aprendizaje II:	Modelado de superficies y espacios.
Resultado de aprendizaje:	**2.1** Ubica e identifica figuras en el espacio mediante sus características geométricas**.**
Actividades del N°. 1:	Análisis de relaciones y propiedades de figuras geométricas que derivan de la posibilidad de recubrir superficies planas.

Ejemplo **A**

Disponiendo de triángulos de diversos tipos, constatar si es posible recubrir una superficie plana yuxtaponiendo los lados de losetas triangulares y sin que queden intersticios entre ellas.

Los alumnos pueden anticipar si esto es posible o no, antes de manipular esas “losetas” y, luego, constatarlo.

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

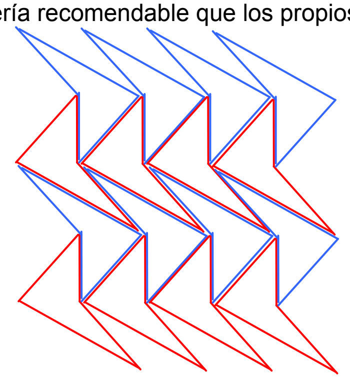
- Es muy probable que los alumnos acepten que con triángulos equiláteros, isósceles y rectángulos se pueda recubrir una superficie plana. Generalmente anticipan que esto no es posible con triángulos escálenos.
- Importa que los alumnos se den cuenta que el valor de la suma de los ángulos interiores de un triángulo es una propiedad determinante para que este recubrimiento sea posible.

Ejemplo **B**

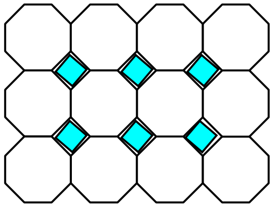
Considerar otras formas geométricas: cuadriláteros (cóncavos y convexos), pentágonos, hexágonos, círculos. Los jóvenes anticipan y constatan con cuál es posible recubrir el plano, explicando sus razones.

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Generalmente aceptan que es posible recubrir una superficie plana con paralelogramos. La tendencia es a conjeturar que no es posible si se trata de un cuadrilátero cóncavo. Sería recomendable que los propios jóvenes muestren la falsedad de esta conjetura.



- En este ejemplo, además de la propiedad relativa a la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero, es importante que los alumnos describan el tipo de movimiento que realizan para unir una “loseta” junto a la otra. Colorearlas permite visualizar más claramente qué movimientos se realizan con estas “losetas” para lograr ubicarlas correctamente.
- Sería interesante analizar con qué polígonos se puede recubrir una superficie plana y con cuáles no. En el caso de los polígonos regulares la medida del ángulo interior debe ser un divisor de 360º propiedad que cumple el cuadrado, el triángulo equilátero, el hexágono regular, pero no el pentágono regular.
- El tipo de dibujos en los que se puede recubrir el plano, se conoce bajo el nombre de mosaico.
- Cabe señalar que pueden hacerse mosaicos combinando diferentes figuras geométricas. Podría invitarse a los alumnos a construir algunas de estos mosaicos combinando dos polígonos regulares, como por ejemplo:



Puede motivarse a los alumnos para investigar sobre los diseños de recubrimiento que existan en su localidad (plazas, veredas, mosaicos en edificios, etc.). Sería recomendable que presenten los resultados de su investigación en una exposición al curso, mostrando bosquejos de sus observaciones y señalando con precisión las transformaciones involucradas.

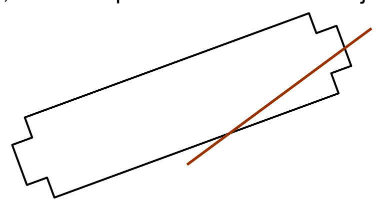
Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de aprendizaje II:	Modelado de superficies y espacios.		
Resultado de aprendizaje:	**2.1** Ubica e identifica figuras en el espacio mediante sus características geométricas**.**		
Actividades del N°. 2:	Simetría, traslación y rotación en un sistema cartesiano de coordenadas y analizarlas.		

Situaciones donde se caracterizan: traslación, simetría y rotación.

Ejemplo **A**

Para inducir las características de la simetría, los alumnos dibujan una recta junto a una figura simple. Recurren a formas para dibujar la simétrica de esa figura, considerando la recta como eje de simetría; podrán doblar el papel, calcar a contraluz, etc.

Posteriormente se pide dibujar por simetría la imagen de una figura, como la que se indica en el dibujo siguiente, sin calcarla sino que utilizando regla, escuadra, compás y transportador**.**

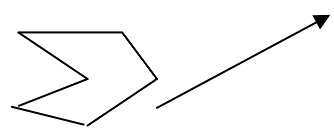


CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Los alumnos tienen menos dificultad para cumplir esta tarea si el eje de simetría es paralelo a los bordes de la hoja. Una situación como la que se presenta en el dibujo, permite destacar con mayor precisión los conceptos de distancia y perpendicularidad como propiedades que definen una simetría.
- Es importante que los alumnos se den cuenta que propiedades tales como el paralelismo entre segmentos, la medida de los ángulos y la medida de los segmentos no se alteran al aplicar esta transformación.

Ejemplo **B**

Para inducir las características y la construcción de figuras por traslación, redibujar una figura dada, desplazándola en la dirección, sentido y magnitud que indica la flecha. (Ver dibujo siguiente).



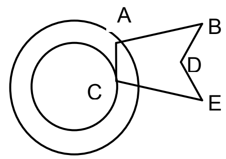
CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Es necesario recalcar que bastaría con trasladar sólo los vértices de la figura, en la dirección, sentido y magnitud que indica la flecha.

Ejemplo **C**

Para inducir las características de la rotación, trazar dos circunferencias concéntricas, cuyo centro es un punto que pasará a ser el centro de rotación.

Dibujar una figura de modo que dos de sus vértices pertenezcan a cada una de las circunferencias concéntricas como lo indica el siguiente dibujo:



Recortar una figura congruente con ABDEC, superponerla a ésta y desplazarla de modo que el vértice C y el vértice A sigan perteneciendo a las respectivas circunferencias.

¿Recorrieron los puntos de esta figura el mismo ángulo?

Si se rota en 90º, respecto al centro de rotación de las circunferencias y se comparan ambas, ¿son paralelos o perpendiculares los lados AB y su correspondiente en la figura rotada?

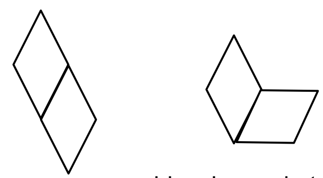
CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Es necesario precisar los conceptos arco y ángulo; visualizar que las longitudes de los arcos dependen de la distancia al centro de giro; la medida de los ángulos, en cambio, no depende de la longitud del arco.
- Especial mención merece la rotación en 180º, en torno a un centro de rotación, que también se denomina simetría central.
- ¿Se conserva con esta transformación el paralelismo entre los segmentos de la figura, la medida de sus ángulos y la medida de los segmentos?

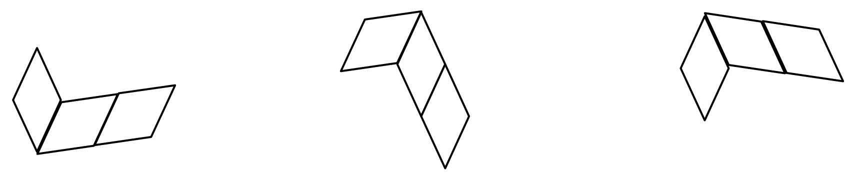
Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de aprendizaje II:	Modelado de superficies y espacios.		
Resultado de aprendizaje:	**2.1** Ubica e identifica figuras en el espacio mediante sus características geométricas**.**		
Actividades del N°. 3:	Transformaciones isométricas.		

Ejemplo **A**

Considerar rombos congruentes de ángulos de 60 y 120 grados. Al combinar dos de estos rombos se pueden obtener las dos figuras siguientes:

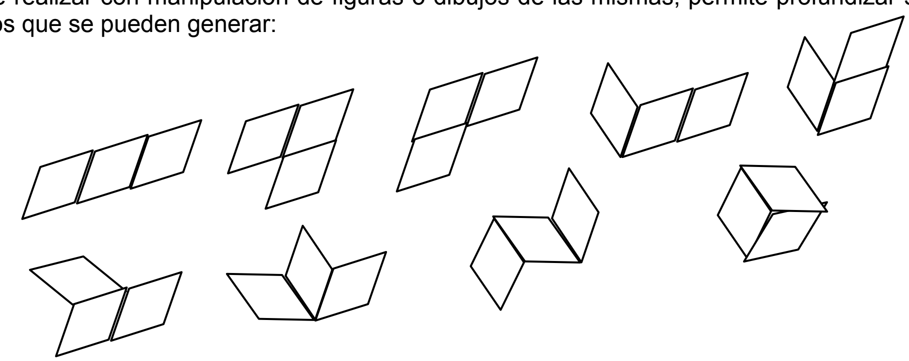


Encontrar todas las figuras diferentes que se pueden generar por combinaciones de tres de estos rombos. Las tres figuras siguientes se consideran iguales porque entre ellas se puede establecer una isometría.



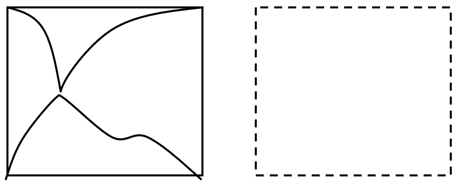
CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- □ Esta actividad que se puede realizar con manipulación de figuras o dibujos de las mismas, permite profundizar sobre las transformaciones geométricas. Son 9 los tríos diferentes de rombos que se pueden generar:

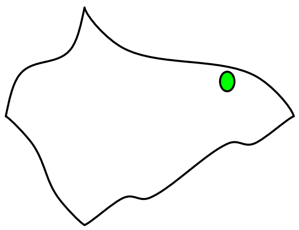


Ejemplo **B** Para esta actividad se necesita un sobre cerrado y una tijera.

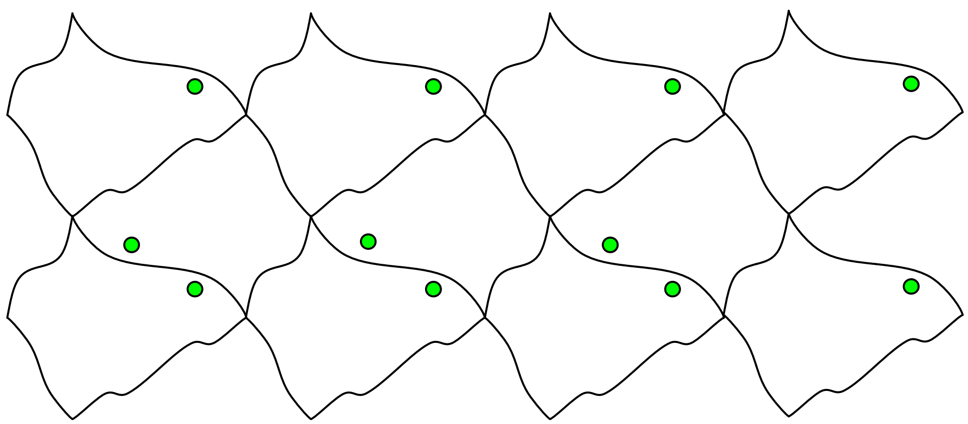
Marcar un punto en cualquiera de los lados del sobre. Con el tipo de línea que deseen, unir ese punto con los vértices del sobre, como lo indica el siguiente dibujo.



Cortar sólo una de las caras del sobre según estas líneas y extender el papel.



Con esta figura, se puede recubrir el plano aplicando distintas isometrías.
En este caso se obtiene un dibujo como el siguiente:



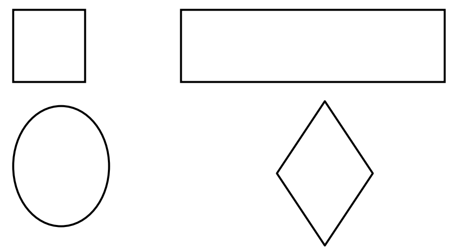
Nombre del Alumno:		Grupo:	

Unidad de aprendizaje II:	Modelado de superficies y espacios.
Resultado de aprendizaje:	**2.2** Explica y demuestra el modo en que las figuras son congruentes entre sí, mediante el análisis de sus dimensiones y componentes.
Actividad del N°. 4:	Congruencia de figuras geométricas.

Situaciones acerca de los elementos que definen una figura geométrica.

Ejemplo **A**

Considerar alguna(s) de las siguientes figuras geométricas:



Suponer que se necesita comunicar a otro, por teléfono, las formas y dimensiones de estas figuras para que las dibuje. ¿Cuáles datos daría? Reducir el número de datos al mínimo posible. Registrar la información que daría por teléfono.

Al término de la actividad abrir un debate acerca de la información mínima necesaria para hacer el dibujo que se pide.

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Se puede organizar el curso en grupos; cada grupo dará y recibirá información de otro grupo. En el dibujo se puede incluir una circunferencia o un cuadrado junto con otra figura que presente mayor complejidad.
- En este trabajo será interesante incorporar al debate preguntas sobre las diagonales de los cuadriláteros. ¿Queda determinado un rombo por las medidas de sus dos diagonales? ¿Es necesaria y suficiente la medida de una diagonal para determinar un rectángulo?

Ejemplo **B**

Este ejemplo es similar al anterior, restringido a un triángulo escaleno.

Cada grupo debe encontrar al menos dos formas de realizar esta comunicación.

Al término de la actividad se abre un debate para establecer las conclusiones sobre las condiciones para la construcción de triángulos y formular los criterios de congruencia de triángulos.

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Probablemente todos los grupos señalarán la alternativa de dar las medidas de los tres lados. Al respecto es necesario establecer que las medidas de los tres lados permiten construir triángulos siempre que se satisfaga la desigualdad triangular.
- Es interesante que los alumnos reflexionen, a lo menos los aspectos siguientes:
    I. Si la información incluye dos lados y un ángulo, éste debe ser el comprendido entre ambos lados; en caso contrario pueden existir dos soluciones.
    II. Siempre que se conoce la medida de dos ángulos de un triángulo, se conoce la medida del tercero.
- Es fundamental que los alumnos relacionen la construcción de triángulos con los criterios de congruencia.
- Se puede extender esta actividad al análisis de las condiciones de congruencia de triángulos equiláteros, rectángulos isósceles, etc.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	

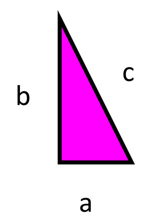
Unidad de aprendizaje II:	Modelado de superficies y espacios.
Resultado de aprendizaje:	**2.2** Explica y demuestra el modo en que las figuras son congruentes entre sí, mediante el análisis de sus dimensiones y componentes.
Actividades del N°5:	Congruencia de líneas, de ángulos, de triángulos, de figuras en general.

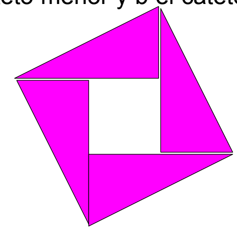
Situaciones asociadas a la resolución de rompecabezas con figuras geométricas.

Ejemplo **A**

Este rompecabezas permite mostrar el Teorema de Pitágoras.

Recortar cuatro triángulos rectángulos congruentes entre sí en los que c es la hipotenusa, a el cateto menor y b el cateto mayor. Armar con estos triángulos un cuadrado de lado igual a c de modo que queda un cuadrilátero en su interior.



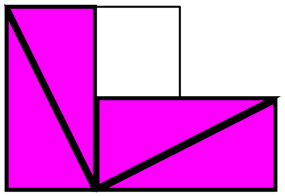


¿Qué argumentos permiten asegurar que se han formado dos cuadrados? ¿Cuánto mide el lado de cada uno de ellos?

Recortar un cuadrado congruente con el cuadrado interior.

¿Cuál es el área del cuadrado que se logra formar con estas cinco piezas: los cuatro rectángulos y el cuadrado recortado?

Con estas mismas cinco piezas armar la siguiente figura:



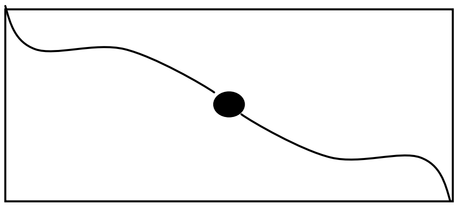
¿Cuál es el área de esta figura expresada en función de b y a?

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- La realización de este rompecabezas permite precisar los conceptos de equivalencia de áreas y congruencia de figuras.
- La obtención de $c^2 = a^2 + b^2$ puede hacerse a través de procedimientos geométricos o simbólicos.

Ejemplo **B**

Cortar una hoja rectangular en dos mitades congruentes. Encontrar a lo menos diez formas diferentes de hacerlo.



CONSIDERACIONES ADICIONALES:

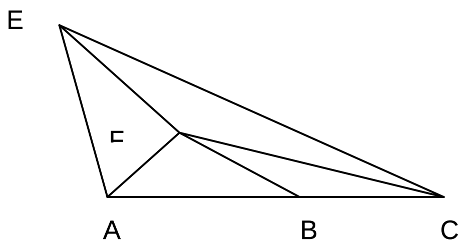
- Las respuestas habituales son cortar por las medianas y por las diagonales. Que los alumnos intenten otras formas. Cualquier simetría central con centro en el punto de intersección de las diagonales, como la que indica el dibujo, es solución para el ejercicio planteado.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de aprendizaje II:	Modelado de superficies y espacios.		
Resultado de aprendizaje:	**2.2** Explica y demuestra el modo en que las figuras son congruentes entre sí, mediante el análisis de sus dimensiones y componentes.		
Actividades del N°.6:	Congruencia de figuras cuadriláteros, triángulos y circunferencia.		

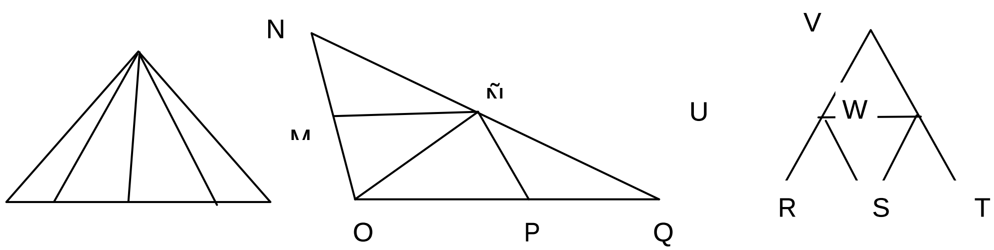
Situaciones asociadas a la resolución de ejercicios que involucren congruencia.

Ejemplo **A**

El dibujo que sigue es un triángulo cualquiera dividido en cuatro triángulos.



¿Qué condiciones debe satisfacer el triángulo y su división interna para que los triángulos resultantes sean congruentes entre sí? ¿Cuáles son las condiciones para que estos triángulos sean equivalentes entre sí? En forma similar, se puede hacer este tipo de análisis para los triángulos siguientes:



CONSIDERACIONES ADICIONALES:

I. Este ejemplo permite discutir con los alumnos y alumnas la diferencia entre triángulos equivalentes y triángulos congruentes. Es muy interesante analizar las condiciones para la congruencia; si se dispone de un software que permita variar la forma de los triángulos se puede potenciar la calidad de este análisis.

Ejemplo **B**

Sea ABCD un cuadrilátero cualquiera. ¿Qué condiciones debe cumplir para obtener triángulos congruentes al trazar las diagonales?

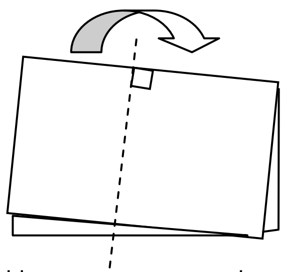
CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Distinguir cuadriláteros cóncavos y convexos. Es posible que los alumnos consideren sólo estos últimos.
- El análisis de las propiedades de las diagonales de los cuadriláteros permite visualizar regularidades que a veces no quedan tan explícitas desde las relaciones entre ángulos o lados.

Demostrar propiedades de cuadriláteros, triángulos o circunferencias utilizando los criterios de congruencia, los ejes o los centros de simetría.

Ejemplo **C**

Doblar una hoja de papel de forma irregular, dos veces, de modo de generar un ángulo recto como lo indica el dibujo.



Cualquier corte que pase por ambos dobleces genera un rombo al extender el papel. ¿Por qué?

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- ☐ Si los alumnos visualizan la presencia de cuatro triángulos congruentes, por la forma en que se ha doblado el papel, indica que tienen una adecuada representación del rombo.
- ☐ El doblado y corte de papel es una herramienta de trabajo que puede complementar y apoyar el aprendizaje de geometría, el análisis de propiedades y la resolución de ejercicios.

Ejemplo **D**

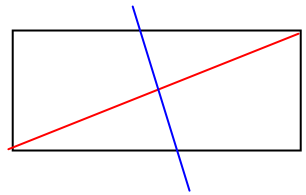
Categorizar diversos tipos de cuadriláteros considerando la cantidad de ejes de simetría que es posible trazar en cada uno. Desde esta perspectiva, comparar, al menos el cuadrado, el rombo y el rectángulo.

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- ☐ Sería interesante que llegaran a construir categorías incluyentes; constatar que desde estas categorías el cuadrado es un rectángulo y es también un rombo. Una tabla puede ayudar en el proceso de síntesis de las conclusiones.
- ☐ Este análisis se puede realizar también con los triángulos. Se pueden establecer algunas conjeturas para los polígonos regulares de n lados, en relación con el número de ejes de simetría.

Ejemplo **E**

Demostrar que si por el punto medio de la diagonal de un rectángulo se traza una perpendicular a ésta, se divide al rectángulo en dos trapecios congruentes.



CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Observe que esta demostración es otra forma de plantear el ejercicio relativo a la división de un rectángulo en dos parte congruentes.
- Interesa recoger las diversas formas de afrontar y resolver esta demostración: el tipo de argumento que se plantea, el trazado de segmentos, la mirada hacia triángulos congruentes o hacia la presencia de un rombo, el tipo de conclusión que se propone, etc.

Ejemplo **F**

Demostrar que si en una circunferencia dos cuerdas están a la misma distancia del centro, tienen la misma longitud.

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Es necesario que los alumnos manipulen figuras, las doblen, recorten, etc. Para muchos este tipo de actividad les abre las posibilidades de entender y encontrarle sentido a las demostraciones.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de aprendizaje II:	Modelado de superficies y espacios.		
Resultado de aprendizaje:	**2.3** Interpreta y resuelve situaciones de espacios y superficies de acuerdo con sus procedimientos geométricos.		
Actividad del N°. 7:	Geometría euclidiana.		

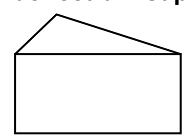
Situaciones relativas a los aportes de Euclides al desarrollo del pensamiento geométrico.

CONSIDERACIONES ADICIONALES:

- Es interesante que los alumnos se informen sobre el libro Los Elementos de Euclides y se aproximen a la percepción de la organización formal de los axiomas y teoremas geométricos planteados en aquella época.

Analizar relaciones y propiedades de figuras geométricas que derivan de la posibilidad de recubrir superficies planas.

Ejemplo ¿Será posible recubrir una superficie plana con una figura como la siguiente?



¿Qué condiciones debería satisfacer el triángulo para que esto fuera posible?

IMPORTA CONSIDERAR:

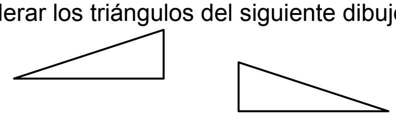
- Qué tipo de análisis realizan, si copian la figura, la recortan, lo intentan con dibujos, etc.

Caracterizar traslación, simetría y rotación. Describir los cambios que genera su aplicación y utilizarlas para construir figuras. Transformar figuras por simetría y traslación en un sistema cartesiano de coordenadas, y analizarlas

Ejemplo **A**

Estos ejercicios se podrían desarrollar en grupos de trabajo.

1. Considerar los triángulos del siguiente dibujo:



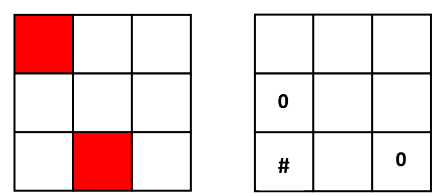
¿Qué transformación o sucesión de transformaciones permite pasar de un triángulo al otro?

IMPORTA CONSIDERAR:

- Qué tipo de manipulación, de dibujo o esquema hacen en la figura.
- Si logran visualizar que hay una simetría.
- Si plantean diversas soluciones.

Ejemplo **B**

Completar los dibujos siguientes de modo que al rotarlos en 180º, resulten las mismas figuras.



IMPORTA CONSIDERAR:

- Si mueven la figura o si la dejan fija cambiándose de lugar.
- Qué tipo de discusión se produce, qué proposiciones surgen y por qué.

Ejemplo **C**

Diseñar composiciones sencillas y describir y analizar transformaciones geométricas presentes en el arte, la naturaleza, el mundo de la ciencia y/o en diseños estructurales y tecnológicos.

Esta es una propuesta para trabajar en conjunto con las actividades cocurriculares.

Ejemplo Diseñar un figura utilizando la técnica del sobre u otra; con esta figura cubrir una hoja en blanco, colorear y montar una pequeña exposición de los trabajos realizados.

IMPORTA CONSIDERAR:

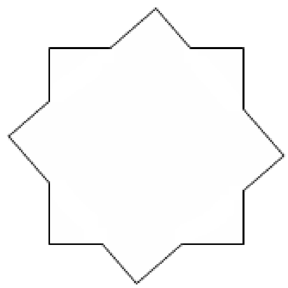
- Qué procedimientos utilizan para definir la forma de la loseta.
- La forma en que realizan el proceso de recubrir.

Analizar distintas figuras geométricas para encontrar las condiciones necesarias y suficientes que las determinan. Relacionar esas condiciones con criterios de congruencia.

Establecer los criterios de congruencia para los triángulos.

Ejemplo Esta es una actividad que puede ser desarrollada en grupo.

Considerar la siguiente figura;



¿Cuál es la información mínima que se puede proponer para que otro la pueda dibujar, sin incluir un dibujo de ella?

IMPORTA CONSIDERAR:

- Si discriminan las figuras involucradas y cómo se relacionan.
- Si optan por las medidas de los lados.
- Si incorporan las medidas de las diagonales.
- Si pueden hacer más de un mensaje.

Ejemplo **D**

Armar y desarmar rompecabezas que involucran congruencia de líneas, de ángulos, de triángulos, de figuras en general.

En una estrella de cinco puntas, ¿cuántos ejes de simetría se pueden trazar?

IMPORTA CONSIDERAR:

- Si para visualizar los ejes de simetría, necesitan trazar líneas, hacen dobleces.

Resolver ejercicios que involucran congruencia de figuras (cuadriláteros, triángulos y circunferencia).

Ejemplo **E**

Demostrar que en un cuadrilátero equilátero las diagonales generan triángulos congruentes.

IMPORTA CONSIDERAR:

- Si tienen disponible el cuadrado y el rombo como cuadriláteros equiláteros.
- Si logran explicar con argumentos claros, que se forman cuatro triángulos congruentes.

Ejemplo **F**

¿Qué condiciones debe cumplir un triángulo para que una altura sea eje de simetría?

IMPORTA CONSIDERAR:

- Si comprenden la pregunta.
- A qué tipo de triángulo recurren.
- Si aceptan que puede ser tanto uno equilátero como uno isósceles.

Ejemplo **G**

En un cuadrado cualquiera ABCD, copiar un lado sobre la diagonal AC partiendo desde A; se obtiene el punto E. Trazar por E una perpendicular a AC generando los puntos M y N en los lados CD y CB respectivamente. Demostrar que los triángulos ABN, ANE, AEM y AMD son congruentes.

IMPORTA CONSIDERAR:

- Si logran hacer la figura con los datos.
- Si visualizan alguna manera de iniciar una demostración.
- Si recortan el cuadrado y hacen dobleces.

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 3:	Uso de la trigonometría.		
Resultado de Aprendizaje:	**3.1** Representa de manera gráfica y algebraica situaciones de la vida cotidiana mediante el uso de razones y funciones trigonométricas.		
Ejercicio del N° 1	Cálculo de distancias, superficies y ángulos.		

1. **Hallar el ángulo x sabiendo que es agudo y que:**
   a) cos 45° = sen 5.x
   b) tg 2.x = cotg x
   c) sen 3.x = cos 2.x
   d) cosec 2.x = sec x
   e) cos x = sen 58° 40´
   f) cos 5.x = sen 30°

2. **Calcular el valor de:**
   y = [sen (x - π/6) + cos (π/3 - x)]/ [sen (x + π/3) + sen (x - π/3)]

3. **¿Cuál es el período de la función**
   y = 2.sen ² x?

4. **Teniendo en cuenta las funciones del ángulo medio,** sen 22° 30´.
   Calcular tg (x/2)

5. Sabiendo que: sen x + cos x = 1 **Transformar en producto:**
   a) y = sen 2.x + sen x
   b) y = 1 + sen x
   c) y = cos 2.x - 1
   d) y = sen x + cos x
   e) y = tg p + tg q

6. **Factorizar la expresión:**
   y = sen x + sen 3.x + sen 5.x + sen 7.x

7. **Resolver las siguientes expresiones:**
   a) 2.sen 2.x + 1 = 0
   b) cos (2.x - π) = -√2/2
   c) tg 2.x + 1 = 0
   d) 2.cos ² x + 3.sen x - 3 = 0
   e) cos 2.x + 4.cos x + 3 = 0
   f) tg x + cotg x = 2

8. Resolver el triángulo rectángulo de la figura, utilizando los datos que se indican en cada caso:

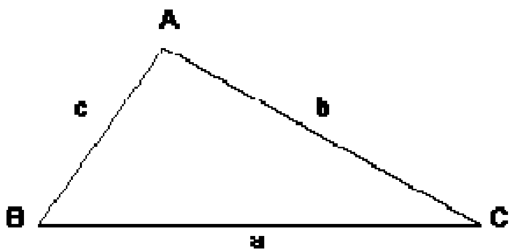
a - a = 120 m B = 35° 15´

b - a = 3500 m C = 15° 18´ 32"

c - c = 130 m B = 72° 10´

d - b = 239 m B = 29° 12´ 15"

e - b = 15 m c = 7 m



9. Conociendo la secante y la cosecante de un ángulo hallar las demás funciones trigonométricas.

10. Conociendo la tangente de un ángulo hallar las demás funciones trigonométricas.

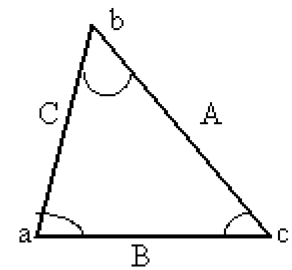
11. Calcular el otro lado del triángulo ABC, empleando el Teorema del coseno y tablas de valores naturales:

	Lado	Lado	Angulo
a -	A = 11 cm	B = 6 cm	c = 42°
b -	A = 7 m	C = 8 m	b = 52° 20´
c -	B = 10 cm	C = 15 cm	a = 123° 40´

C ² = A ² + B ² - 2.A.B.cos c

A ² = B ² + C ² - 2.B.C.cos a

B ² = A ² + C ² - 2.A.C.cos b



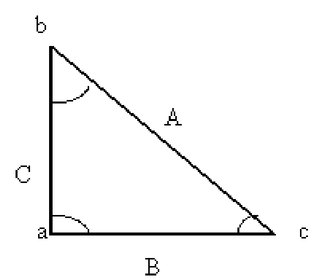
12. Resolver los siguientes triángulos rectángulos:

a - a = 27,6 m
α = 40° 57´ 24"

c - b = 75 cm
α = 30° 19´ 47"

b - a = 33,40 m
c = 42,18 m

d - b = 4,20 cm
c = 17,15 cm



Respuestas

7.

Recordamos la tabla:

Grados	0°	30°	45°	60°	90°
Radianes	**0**	**π /6**	**π /4**	**π /3**	**π /2**
Seno	0	1/2	√2/2	√3/2	1
Coseno	1	√3/2	√2/2	1/2	0
Tangente	0	1/√3	1	√3	∞

a

A + B + C = 180°

C = 180° - A – B

C = 180° - 90° - 35° 15´

C = 54° 45´

sen B = c/a

c = a.sen B

c = (120 m).sen 35° 15´

c = (120 m).0,5771

c = 69, 25 m

cos B = b/a

b = a.cos B

b = (120 m).cos 35° 15´

b = (120 m).0,8166

b = 98, 00 m

b -

A + B + C = 180°

B = 180° - A – C

B = 180° - 90° - 15° 18´ 32"

B = 74° 41´ 28"

sen C = b/a

b = a.sen C

b = (3500 m).sen 15° 18´ 32"

b = (3500 m).0,2640

b = 924, 08 m

cos C = c/a

c = a.cos C

c = (3500 m).cos 15° 18´ 32"

c = (3500 m).0,9645

c = 3375, 81 m

c -

A + B + C = 180°

C = 180° - A – B

C = 180° - 90° - 72° 10´

C = 17° 50´

cos B = c/a

a = c/cos B

a = (130 m)/cos 72° 10´

a = (130 m)/0,3062

a = 424,49 m

tg B = b/c

b = c.tg B

b = (130 m).tg 72° 10´

b = (130 m).3,1084

b = 404,09 m

d -

A + B + C = 180°

C = 180° - A – B

C = 180° - 90° - 29° 12´ 15"

C = 60° 47´ 45"

sen B = b/a

a = b/sen B

a = (239 m)/sen 29° 12´ 15"

a = (239 m)/0,4879

a = 489,83 m

tg B = b/c

c = b/tg B

c = (239 m)/tg 29° 12´ 15"

c = (239 m)/0,5590

c = 427,47 m

e -

a ² = b ² + c ²

a ² = (15 m) ² + (7 m) ²

a ² = 225 m ² + 49 m ²

a ² = 274 m ²

a = 16,55 m

tg B = b/c

tg B = (15 m)/(7 m)

tg B = 2,1428

B = arctg 2,1428

B = 64° 58´ 59"

tg C = c/b

tg C = (7 m)/(15 m)

tg C = 0,4667

C = arctg 0,4667

C = 25° 1´ 1"

9

sec x = 1/cos x

cosec x = 1/sen x

a - cos x = 1/sec x

b - sen x = 1/cosec x

c - tg x = cosec x/sec x

d - cotg x = sec x/cosec x

10

a - cotg x = 1/tg x

b - $\dfrac{\operatorname{sen}x}{\cos x} = \operatorname{tg}x \Rightarrow \dfrac{\operatorname{sen}x}{\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}} = \operatorname{tg}x \Rightarrow \dfrac{\operatorname{sen}x.\sqrt{1-\operatorname{sen}^2 x}}{1-\operatorname{sen}^2 x} = \operatorname{tg}x$

c - $\dfrac{\operatorname{sen}x}{\cos x} = \operatorname{tg}x \Rightarrow \dfrac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x} = \operatorname{tg}x$

d - Del punto (c):

$$\frac{\sqrt{1-\dfrac{1}{\sec^2 x}}}{\dfrac{1}{\sec x}} = \operatorname{tg}x$$

$$\frac{1}{\sec x}.\sqrt{\frac{\sec^2 x - 1}{\sec^2 x}} = \operatorname{tg}x$$

$$\frac{1}{\sec^2 x}.\sqrt{\sec^2 x - 1} = \operatorname{tg}x$$

e - Del punto (c):

$$\frac{\dfrac{1}{\operatorname{cosec}x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{\operatorname{cosec}^2 x}}} = \operatorname{tg}x \Rightarrow \frac{\dfrac{1}{\operatorname{cosec}x}}{\sqrt{\dfrac{\operatorname{cosec}^2 x - 1}{\operatorname{cosec}^2 x}}} = \operatorname{tg}x \Rightarrow \frac{\operatorname{cosec}^2 x - 1}{\operatorname{cosec}^2 x} = \operatorname{tg}x$$

11

a -

C ² = A ² + B ² - 2.A.B.cos c

C ² = (11 cm) ² + (6 cm) ² - 2.(11 cm).(6 cm).cos 42°

C ² = 121 cm ² + 36 cm ² - 132 cm ².0,7431

C ² = 58,9049 cm ²

C = 7,675 cm

b -

B ² = A ² + C ² - 2.A.C.cos b

B ² = (7 m) ² + (8 m) ² - 2.(7 m).(8 m).cos 52° 20´

B ² = 49 m ² + 64 m ² - 112 m ².0,6111

B ² = 44,5605 m ²

B = 6,675 m

c -

A ² = B ² + C ² - 2.B.C.cos a

A ² = (10 cm) ² + (15 cm) ² - 2.(10 cm).(15 cm).cos 123° 40´

A ² = 100 cm ² + 225 cm ² - 300 cm ².(-0,5544)

A ² = 491,3081 cm ²

A = 22,165 cm

12

sen α = a/c
c = a/sen α
c = 27,6 m/sen (40° 57´ 24")
c = 27,6 m/0,655
c = 42,11 m

tg α = a/b
b = a/tg α
b = 27,6 m/tg (40° 57´ 24")
b = 27,6 m/0,868
b = 31,80 m

α + β + 90° = 180°
β = 180° - α - 90°
β = 180° - 40° 57´ 24" - 90°
β = 49° 2´ 36"

b -

cos β = a/c
arccos (a/c) = β
β = arccos (33,40 m/42,18 m)
β = arccos 0,79184448
β = 37° 38´ 30"

sen α = a/c
arcsen (a/c) = α
α = arcsen (33,40 m/42,18 m)
α = arcsen 0,79184448
α = 52° 21´ 30"

$c^2 = a^2 + b^2$
$b^2 = c^2 - a^2$
$b^2 = (42{,}18\text{ m})^2 - (33{,}40\text{ m})^2$
$b^2 = 1779{,}15\text{ m}^2 - 1115{,}56\text{ m}^2$
$b^2 = 663{,}59\text{ m}^2$
b = 25,76 m

c -

cos α = b/c
c = b/cos α
c = 75 cm/cos (30° 19´ 47")
c = 75 cm/0,863
c = 86,89 cm

tg α = a/b
a = b.tg α
a = 75 cm.tg (30° 19´ 47")
b = 75 cm.0,585
b = 43,88 cm

α + β + 90° = 180°
β = 180° - α - 90°
β = 180° - 30° 19´ 47" - 90°
β = 59° 40´ 13"

d -

cos α = b/c
arccos (b/c) = α
α = arccos (4,20 cm/17,15 cm)
α = arccos 0,24489796
α = 75° 49´ 27"

sen β = b/c
arcsen (b/c) = β
β = arcsen (4,20 cm/17,15 cm)
β = arcsen 0,24489796
β = 14° 10´ 33"

$c^2 = a^2 + b^2$
$a^2 = c^2 - b^2$
$a^2 = (17{,}15\text{ cm})^2 - (4{,}20\text{ cm})^2$
$a^2 = 294{,}12\text{ cm}^2 - 17{,}64\text{ cm}^2$
$a^2 = 276{,}48\text{ cm}^2$
a = 16,63 cm

Nombre del Alumno:		**Grupo:**	
Unidad de Aprendizaje 3:	Uso de la trigonometría.		
Resultado de Aprendizaje:	**3.2** Determina identidades y ecuaciones trigonométricas calculando los valores de sus variables para la interpretación de situaciones.		
Ejercicio N° 2	Demostración y resolución de identidades y representación de situaciones.		

1. **Resolver las siguientes identidades:**

a) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha = 1/(\operatorname{sen} \alpha \,.\cos \alpha)$

b) $(\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)^2 + (\cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha)^2 = 2$

c) $(1 + \cos \alpha).\ (1 - \cos \alpha)/\cos \alpha = \sec \alpha - \cos \alpha$

d) $\operatorname{sen}^4 \alpha - \operatorname{sen}^2 \alpha = \cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha$

e) $(\cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \beta)/ (\operatorname{sen}^2 \alpha \,.\operatorname{sen}^2 \beta) = \operatorname{tg}^2 (\pi /2 - \alpha).\operatorname{tg}^2 (\pi /2 - \beta) - 1$

f) $[\operatorname{sen} (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)]/ [\operatorname{sen} (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)] = (\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha)/ (\operatorname{sen} \alpha - \cos \alpha)$

g) $\cos (\alpha + \beta).\cos (\alpha - \beta) = \cos^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \beta$

h) $[\operatorname{tg} (\alpha + \beta) + \operatorname{tg} (\alpha - \beta)]/ (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) = 2.\operatorname{tg} \alpha / (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha \,.\operatorname{tg}^2 \beta)$

i) $1/(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) = \cos^2 \alpha$

2. Sabemos que toda ecuación del tipo a.sen x + b.cos x = c, siendo a, b y c números dados, puede resolverse construyendo el sistema:

$a.\operatorname{sen} x + b.\cos x = c$
$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$, en el cual se calcula sen x y cos x

Calcular:

a) $\sqrt{3}.\operatorname{sen} x + \cos x = \sqrt{3}$

b) $\operatorname{sen} x + \cos x = 1$

c) $\operatorname{sen} x - \cos x = 1$

3. Calcular:

a) $\cos (\pi /6).\operatorname{sen} (\pi /3).\operatorname{tg} (\pi /4) =$

b) $\cos 0°.\operatorname{sen} 450°.\operatorname{tg} 135° =$

4. Calcular sen (a + b) dados:

sen a = 1/3

cos b = -3/5

con: $a > \pi /2$ y $b < \pi$

5. Calcular sen 2.a y cos 2.a siendo:

sen a = 2/3

con: $0 < a < \pi /2$

6. Probar que:

a) $\cot 2x = (\cot x - \tan x)/2$

b) $\operatorname{sen} 3a = 3\operatorname{sen} a - 4\operatorname{sen}^3 a$

c) $\operatorname{sen}(a + b)\cdot\operatorname{sen}(a - b) = \operatorname{sen}^2 a - \operatorname{sen}^2 b$

7. Verificar las siguientes identidades:

a) $\operatorname{sen}\alpha - \operatorname{tg}\alpha\cdot\cos\alpha = 0$

b) $\sec^2\alpha\cdot(\operatorname{cosec}^2\alpha - 1) = \operatorname{cosec}^2\alpha$

c) $\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot(\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta) = (\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\beta + \operatorname{sen}\beta\cdot\cos\alpha)/\cos\alpha\cdot\cos\beta$

d) $\operatorname{sen}^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha\cdot\cos^2\beta = \operatorname{sen}^2\beta - \operatorname{sen}^2\beta\cdot\cos^2\alpha$

e) $(1 + \operatorname{tg}\alpha)\cdot(1 - \operatorname{tg}\alpha) = 2 - \sec^2\alpha$

Respuestas

1

a)

$$\frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\alpha}=\frac{1}{\text{sen}\alpha.\cos\alpha}$$

$$\frac{\text{sen}\alpha.\text{sen}\alpha+\cos\alpha.\cos\alpha}{\text{sen}\alpha.\cos\alpha}=\frac{1}{\text{sen}\alpha.\cos\alpha}$$

$$\frac{\text{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha}{\text{sen}\alpha.\cos\alpha}=\frac{1}{\text{sen}\alpha.\cos\alpha}$$

$$\frac{1}{\text{sen}\alpha.\cos\alpha}=\frac{1}{\text{sen}\alpha.\cos\alpha}$$

b)

$\text{sen}^2\alpha + 2.\text{sen}\,\alpha.\cos\alpha + \cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha - 2.\text{sen}\,\alpha.\cos\alpha + \cos^2\alpha = 2$

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 2$

$(\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha) + (\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha) = 2$

$1 + 1 = 2$

c)

$$\frac{(1+\cos\alpha).(1-\cos\alpha)}{\cos\alpha}=\sec\alpha-\cos\alpha$$

$$\frac{1^2-\cos^2\alpha}{\cos\alpha}=\sec\alpha-\cos\alpha$$

$$\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha}=\sec\alpha-\cos\alpha$$

$$\sec\alpha-\cos\alpha=\sec\alpha-\cos\alpha$$

d)

$$\text{sen}^4\alpha-\text{sen}^2\alpha=\cos^4\alpha-\cos^2\alpha$$

$$\left(\text{sen}^2\alpha\right)^2-\text{sen}^2\alpha=\cos^4\alpha-\cos^2\alpha$$

$$\left(1-\cos^2\alpha\right)^2-\left(1-\cos^2\alpha\right)=\cos^4\alpha-\cos^2\alpha$$

$$\left(1^2-2.1.\cos^2\alpha+\cos^4\alpha\right)-\left(1-\cos^2\alpha\right)=\cos^4\alpha-\cos^2\alpha$$

$$1-2.\cos^2\alpha+\cos^4\alpha-1+\cos^2\alpha=\cos^4\alpha-\cos^2\alpha$$

$$-\cos^2\alpha+\cos^4\alpha=\cos^4\alpha-\cos^2\alpha$$

e)

$$\frac{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}=tg^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right).tg^2\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)-1$$

$$\frac{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}=\left[\frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}\right]^2.\left[\frac{\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)}\right]^2-1$$

$$\frac{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha\,\text{sen}^2\beta}=$$

$$=\left[\frac{\text{sen}\frac{\pi}{2}.\cos\alpha-\cos\frac{\pi}{2}.\text{sen}\alpha}{\cos\frac{\pi}{2}.\cos\alpha+\text{sen}\frac{\pi}{2}.\text{sen}\alpha}\right]^2.\left[\frac{\text{sen}\frac{\pi}{2}.\cos\beta-\cos\frac{\pi}{2}.\text{sen}\beta}{\cos\frac{\pi}{2}.\cos\beta+\text{sen}\frac{\pi}{2}.\text{sen}\beta}\right]^2-1$$

$$=\left(\frac{1.\cos\alpha-0.\text{sen}\alpha}{0.\cos\alpha+1.\text{sen}\alpha}.\frac{1.\cos\beta-0.\text{sen}\beta}{0.\cos\beta+1.\text{sen}\beta}\right)^2-1$$

$$=\left(\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\alpha}.\frac{\cos\beta}{\text{sen}\beta}\right)^2-1\Rightarrow\frac{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}=\frac{\cos^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha}.\frac{\cos^2\beta}{\text{sen}^2\beta}-1$$

$$=\frac{\cos^2\alpha.\cos^2\beta-\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}$$

$$=\frac{\cos^2\alpha.\left(1-\text{sen}^2\beta\right)-\left(1-\cos^2\alpha\right)\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha\,\text{sen}^2\beta}$$

$$=\frac{\cos^2\alpha-\cos^2\alpha.\text{sen}^2\beta-\left(\text{sen}^2\beta-\cos^2\alpha.\text{sen}^2\beta\right)}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}$$

$$=\frac{\cos^2\alpha-\cos^2\alpha.\text{sen}^2\beta-\text{sen}^2\beta-\cos^2\alpha.\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}$$

$$\frac{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}=\frac{\cos^2\alpha-\text{sen}^2\beta}{\text{sen}^2\alpha.\text{sen}^2\beta}$$

f)

$$\frac{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{\operatorname{sen}(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)}=\frac{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha}$$

$$\frac{(\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\operatorname{sen}\beta)+(\cos\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta)}{(\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\operatorname{sen}\beta)-(\cos\alpha.\cos\beta-\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta)}=$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\operatorname{sen}\beta+\cos\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta}{\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\operatorname{sen}\beta-\cos\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta}=$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta+\cos\alpha.\operatorname{sen}\beta+\cos\alpha.\cos\beta}{\operatorname{sen}\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta-\cos\alpha.\operatorname{sen}\beta-\cos\alpha.\cos\beta}=$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha.(\cos\beta+\operatorname{sen}\beta)+\cos\alpha.(\operatorname{sen}\beta+\cos\beta)}{\operatorname{sen}\alpha.(\cos\beta+\operatorname{sen}\beta)-\cos\alpha.(\operatorname{sen}\beta+\cos\beta)}=$$

$$\frac{(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha).(\cos\beta+\operatorname{sen}\beta)}{(\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha).(\cos\beta+\operatorname{sen}\beta)}=$$

$$\frac{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha}=\frac{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha}$$

g)

$$\cos(\alpha+\beta).\cos(\alpha-\beta)=\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\beta$$

$$(\cos\alpha.\cos\beta-\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta).(\cos\alpha.\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta)=$$

$$(\cos\alpha.\cos\beta)^2-(\operatorname{sen}\alpha.\operatorname{sen}\beta)^2=$$

$$\cos^2\alpha.\cos^2\beta-\operatorname{sen}^2\alpha.\operatorname{sen}^2\beta=$$

$$\cos^2\alpha.(1-\operatorname{sen}^2\beta)-(1-\cos^2\alpha)\operatorname{sen}^2\beta=$$

$$\cos^2\alpha-\cos^2\alpha.\operatorname{sen}^2\beta-(\operatorname{sen}^2\beta-\operatorname{sen}^2\beta.\cos^2\alpha)=$$

$$\cos^2\alpha-\cos^2\alpha.\operatorname{sen}^2\beta-\operatorname{sen}^2\beta+\operatorname{sen}^2\beta.\cos^2\alpha=$$

$$\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\beta-\operatorname{sen}^2\beta.\cos^2\alpha+\operatorname{sen}^2\beta.\cos^2\alpha=$$

$$\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\beta=\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\beta$$

h)

$$\frac{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)+\operatorname{tg}(\alpha-\beta)}{1+\operatorname{tg}^2\beta}=\frac{2.\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}^2\beta}$$

$$\frac{\dfrac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}\beta}+\dfrac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}\beta}}{1+\operatorname{tg}^2\beta}=$$

$$\frac{\dfrac{(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)(1+\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}\beta)+(\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta).(1-\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}\beta)}{(1-\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}\beta).(1+\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}\beta)}}{1+\operatorname{tg}^2\beta}=$$

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}^2\beta+\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}\beta-\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}^2\beta}{(1-\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}^2\beta).(1+\operatorname{tg}^2\beta)}=$$

$$\frac{2.\operatorname{tg}\alpha+2.\operatorname{tg}\alpha.\operatorname{tg}^2\beta}{(1-\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}^2\beta).(1+\operatorname{tg}^2\beta)}=$$

$$\frac{2.\operatorname{tg}\alpha.(1+\operatorname{tg}^2\beta)}{(1-\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}^2\beta).(1+\operatorname{tg}^2\beta)}=$$

$$\frac{2.\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}^2\beta}=\frac{2.\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{tg}^2\beta}$$

i)

$$\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}=\cos^2\alpha$$

$$\frac{1}{\dfrac{1}{\cos^2\alpha}}=\cos^2\alpha$$

$$\cos^2\alpha=\cos^2\alpha$$

3

Recordamos la tabla:

Grados	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
Radianes	**0**	**π /6**	**π /4**	**π /3**	**π /2**
Seno	0	1/2	√2/2	√3/2	1
Coseno	1	√3/2	√2/2	1/2	0
Tangente	0	1/√3	1	√3	∞

a) cos (π /6).sen (π /3).tg (π /4) = (√3/2).(√3/2).1 = (√3) ²/2 ² = **3/4**

b) El ángulo 450° corresponde a:

450° - 360° = 90° (un giro y 1/4)

El ángulo de 135° corresponde a 45° en el segundo cuadrante, tratándose de la tangente el signo es (-)

cos 0°.sen 450°.tg 135° = 1.1.(-1) = **-1**

4

Recordamos la tabla:

Grados	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
Radianes	**0**	**π /6**	**π /4**	**π /3**	**π /2**
Seno	0	1/2	√2/2	√3/2	1
Coseno	1	√3/2	√2/2	1/2	0
Tangente	0	1/√3	1	√3	∞

El seno de la suma de dos ángulos es:

sen (a + b) = sen a.cos b + cos a.sen b

Pero falta el cos a y el sen b:

$$\cos a = \sqrt{1 - sen^2 a} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{9-1}{9}} = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2}{3}.\sqrt{2}$$

$$\operatorname{sen} b = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{25-9}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

Como vemos sen a es positivo, por lo tanto, para que cumpla la condición (a > π /2) corresponde a un ángulo del 2° cuadrante. Luego cos a es negativo.

El cos b es negativo, por lo tanto, para que cumpla la condición (b < π) corresponde a un ángulo del 2° cuadrante. Luego sen b es positivo.

sen (a + b) = (1/3).(-3/5) + (-2.√2/3).(4/3)

sen (a + b) = **-1/5 - 8.√2/9**

Recordamos la tabla:

Grados	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
Radianes	**0**	**π /6**	**π /4**	**π /3**	**π /2**
Seno	0	1/2	√2/2	√3/2	1
Coseno	1	√3/2	√2/2	1/2	0
Tangente	0	1/√3	1	√3	∞

sen 2.a = 2.sen a.cos a

Según la condición todas las funciones son positivas.

$$\cos a = \sqrt{1 - sen^2 a} = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9-4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Luego:
sen 2.a = 2.(2/3).(√5/3) = **4.√5/9**
Finalmente:
cos 2.a = cos ² a - sen ² a
cos 2.a = (√5/3) ² - (2/3) ² = 5/9 - 4/9 = **1/9**

a)

$$\frac{\cot g^2 x - 1}{2.\cot g\, x} = \frac{\cot g\, x - tg\, x}{2}$$

$$\frac{\cot g^2 x}{2.\cot g\, x} - \frac{1}{2.\cot g\, x} = \frac{\cot g\, x - tg\, x}{2}$$

$$\frac{\cot g\, x}{2} - \frac{tg\, x}{2} = \frac{\cot g\, x - tg\, x}{2}$$

b)

sen 3.a = 3.sen a - 4.sen³ a
sen 2.a.cos a + cos 2.a.sen a = 3.sen a - 4.sen³ a
2.sen a.cos a.cos a + (cos ² a - sen ² a).sen a = 3.sen a - 4.sen³ a
2.sen a.cos ² a + (sen a.cos ² a - sen³ a) = 3.sen a - 4.sen³ a
2.sen a.cos ² a + sen a.cos ² a - sen³ a = 3.sen a - 4.sen³ a
3.sen a.cos ² a - sen³ a = 3.sen a - 4.sen³ a
3.sen a.(1 - sen ² a) - sen³ a = 3.sen a - 4.sen³ a
3.sen a - 3.sen a.sen ² a - sen³ a = 3.sen a - 4.sen³ a
3.sen a - 3.sen³ a - sen³ a = 3.sen a - 4.sen³ a
3.sen a - 4.sen³ a = 3.sen a - 4.sen³ a

c)

(sen a.cos b + cos a.sen b).(sen a.cos b - cos a.sen b) = sen ² a - sen ² b
(sen a.cos b) ² - (cos a.sen b) ² = sen ² a - sen ² b
sen ² a.cos ² b - cos ² a.sen ² b = sen ² a - sen ² b
sen ² a.(1 - sen ² b) - (1 - sen ² a).sen ² b = sen ² a - sen ² b
sen ² a - sen ² a.sen ² b - sen ² b + sen ² a.sen ² b = sen ² a - sen ² b
Cancelando:
sen ² a - sen ² b = sen ² a - sen ² b

a) sen α - (sen α/cos α).cos α = 0
sen α - sen α = 0
b)

$$\left(\frac{1}{\cos\alpha}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{\text{sen}\alpha}\right)^2 - 1\right] = \text{cosec}^2\alpha$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot \left(\frac{1}{\text{sen}^2\alpha} - 1\right) = \text{cosec}^2\alpha$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot \left(\frac{1 - \text{sen}^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha}\right) = \text{cosec}^2\alpha$$

$$\frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{\cos^2\alpha}{\text{sen}^2\alpha} = \text{cosec}^2\alpha$$

$$\frac{1}{\text{sen}^2\alpha} = \text{cosec}^2\alpha$$

c)

$$\frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha} \cdot \frac{\text{sen}\beta}{\cos\beta} \cdot \left(\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\alpha} + \frac{\cos\beta}{\text{sen}\beta}\right) = \frac{\text{sen}\alpha.\cos\beta + \text{sen}\beta.\cos\alpha}{\cos\alpha.\cos\beta}$$

$$\frac{\text{sen}\alpha.\text{sen}\beta}{\cos\alpha.\cos\beta} \cdot \left(\frac{\text{sen}\beta.\cos\alpha + \text{sen}\alpha.\cos\beta}{\text{sen}\alpha.\text{sen}\beta}\right) = \frac{\text{sen}\alpha.\cos\beta + \text{sen}\beta.\cos\alpha}{\cos\alpha.\cos\beta}$$

$$\frac{\text{sen}\beta.\cos\alpha + \text{sen}\alpha.\cos\beta}{\cos\alpha.\cos\beta} = \frac{\text{sen}\alpha.\cos\beta + \text{sen}\beta.\cos\alpha}{\cos\alpha.\cos\beta}$$

d) sen ² α - sen ² α .(1 - sen ² β) = sen ² β - sen ² β .cos ² α
sen ² α - sen ² α + sen ² α .sen ² β = sen ² β - sen ² β .cos ² α
sen ² α .sen ² β = sen ² β - sen ² β .cos ² α
(1 - sen ² α).sen ² β = sen ² β - sen ² β .cos ² α
sen ² β - sen ² α .sen ² β = sen ² β - sen ² β .cos ² α

$$1 - \text{tg}^2\alpha = 2 - \sec^2\alpha$$

$$1 - \frac{\text{sen}^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 2 - \sec^2\alpha$$

$$1 - \frac{1 - \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 2 - \sec^2\alpha$$

$$\frac{\cos^2\alpha - 1 + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} = 2 - \sec^2\alpha$$

$$\frac{2.\cos^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha} = 2 - \sec^2\alpha$$

$$\frac{2.\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha} - \frac{1}{\cos^2\alpha} = 2 - \sec^2\alpha$$

$$2 - \sec^2\alpha = 2 - \sec^2\alpha$$

Nombre del Alumno:		Grupo:	
Unidad de Aprendizaje 3:	Uso de la trigonometría.		
Resultado de Aprendizaje:	3.2 Determina identidades y ecuaciones trigonométricas calculando los valores de sus variables para la interpretación de situaciones.		
Actividades del N° 3	Ejemplos de ejercicios de trigonometría.		

1.- $\operatorname{sen} x = 0$

$\operatorname{arcsen}(\operatorname{sen} x) = \operatorname{arcsen} 0 \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x - \operatorname{arcsen} 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0° + 360°k & x_1 = 0°, 360°, 720°, \ldots \\ x_2 = 180° + 360°k & x_2 = 180°, 540°, 900°, \ldots \end{cases}$

$x = 0° + 180°k$

2.- $\cos x = 0$

$\arccos(\cos x) = \arccos 0 \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \arccos 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 90° + 360°k & x_1 = 90°, 450°, 810°, \ldots \\ x_2 = 270° + 360°k & x_2 = 270°, 630°, 990°, \ldots \end{cases}$

$x = 90° + 180°k$

3.- $tg\ x = 0$

$\operatorname{arctg}(tg\ x) = \operatorname{arctg}\ 0 \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \operatorname{arctg}\ 0 \qquad x = 0° + 180°k$

4.- $\operatorname{sen} x = 1$

$\operatorname{arcsen}(\operatorname{sen} x) = \operatorname{arcsen} 1 \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \operatorname{arcsen} 1 \qquad x = 90° + 360°k$

5.- $\cos x = 1$

$\arccos(\cos x) = \arccos 1 \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \arccos 1 \qquad x = 0° + 360°k$

6.- $tg\ x = 1$

$\operatorname{arctg}(tg\ x) = \operatorname{arctg}\ 1 \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \operatorname{arctg}\ 1 \qquad x = 45° + 180°k$

7.- $\operatorname{sen} x = -1$

$\operatorname{arcsen}(\operatorname{sen} x) = \operatorname{arcsen}(-1) \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \operatorname{arcsen}(-1) \qquad x = 270° + 360°k$

8.- $\cos x = -1$

$\arccos(\cos x) = \arccos(-1) \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \arccos(-1) \qquad x = 180° + 360°k$

9.- $tg\ x = -1$

$\operatorname{arctg}(tg\ x) = \operatorname{arctg}(-1) \qquad f \circ f^{-1} = x$

$x = \operatorname{arctg}(-1) \qquad x = 135° + 180°k$

10.- $\operatorname{sen} x = \frac{1}{2}$

$$\arcsin(\operatorname{sen} x) = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) \qquad f \circ f^{-1} = x$$

$$x = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 30^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 150^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

11.- $\operatorname{sen} x = -\frac{1}{2}$

$$\arcsin(\operatorname{sen} x) = \arcsin\left(\ \frac{1}{2}\right) \qquad f \circ f^{-1} = x$$

$$x = \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 210^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 330^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

12.- $\cos x = \frac{1}{2}$

$$\arccos(\cos x) = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) \qquad f \circ f^{-1} = x$$

$$x = \arccos\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 60^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 300^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

13.- $\cos x = -\frac{1}{2}$

$$\arccos(\cos x) = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) \qquad f \circ f^{-1} = x$$

$$x = \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 120^\circ + 360^\circ k \\ x_2 = 240^\circ + 360^\circ k \end{cases}$$

II. Guía de Evaluación del Módulo Representación simbólica y angular del entorno

7.Descripción

La guía de evaluación es un documento que define el proceso de recolección y valoración de las evidencias requeridas por el módulo desarrollado y tiene el propósito de guiar en la evaluación de las competencias adquiridas por los alumnos, asociadas a los Resultados de Aprendizaje; en donde además, describe las técnicas y los instrumentos a utilizar y la ponderación de cada actividad de evaluación. Los Resultados de Aprendizaje se definen tomando como referentes: las **competencias genéricas** que va adquiriendo el alumno para desempeñarse en los ámbitos personal y profesional que le permitan convivir de manera armónica con el medio ambiente y la sociedad; las **disciplinares**, esenciales para que los alumnos puedan desempeñarse eficazmente en diversos ámbitos, desarrolladas en torno a áreas del conocimiento y las **profesionales** que le permitan un desempeño eficiente, autónomo, flexible y responsable de su ejercicio profesional y de actividades laborales específicas, en un entorno cambiante que exige la multifuncionalidad.

La importancia de la evaluación de competencias, bajo un enfoque de **mejora continua**, reside en que es un proceso por medio del cual se obtienen y analizan las evidencias del desempeño de un alumno con base en la guía de evaluación y rúbrica, para emitir un juicio que conduzca a tomar decisiones.

La evaluación de competencias se centra en el desempeño real de los alumnos, soportado por evidencias válidas y confiables frente al referente que es la guía de evaluación, la cual, en el caso de competencias profesionales, está asociada con una norma técnica de competencia laboral (NTCL), de institución educativa o bien, una normalización específica de un sector o área y no en contenidos y/o potencialidades.

El **Modelo de Evaluación** se caracteriza porque es **Confiable** (que aplica el mismo juicio para todos los alumnos), **Integral** (involucra las dimensiones intelectual, social, afectiva, motriz y axiológica), **Participativa** (incluye autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación), **Transparente** (congruente con los aprendizajes requeridos por la competencia), **Válida** (las evidencias deben corresponder a la guía de evaluación).

Evaluación de los Aprendizajes.

Durante el proceso de enseñanza - aprendizaje es importante considerar tres categorías de evaluación: **diagnóstica, formativa y sumativa**.

La evaluación **diagnóstica** nos permite establecer un **punto de partida** fundamentado en la detección de la situación en la que se encuentran nuestros alumnos. Permite también establecer vínculos socio-afectivos entre el PA y su grupo. El alumno a su vez podrá obtener información sobre los aspectos donde deberá hacer énfasis en su dedicación. El PA podrá **identificar las características del grupo y orientar adecuadamente sus estrategias**. En esta etapa pueden utilizarse mecanismos informales de recopilación de información.

La evaluación **formativa** se realiza durante todo el proceso de aprendizaje del alumno, en forma constante, ya sea al finalizar cada actividad de aprendizaje o en la integración de varias de éstas. Tiene como finalidad **informar a los alumnos de sus avances** con respecto a los aprendizajes que deben alcanzar y advertirle sobre dónde y en qué aspectos tiene debilidades o dificultades para poder regular sus procesos. Aquí se admiten errores, se identifican y se corrigen; es factible trabajar colaborativamente. Asimismo, el PA puede asumir nuevas estrategias que contribuyan a mejorar los resultados del grupo.

Finalmente, la evaluación **sumativa** es adoptada básicamente por una función social, ya que mediante ella se asume una acreditación, una promoción, un fracaso escolar, índices de deserción, etc., a través de **criterios estandarizados y bien definidos**. Las evidencias se elaboran en forma individual, puesto que se está asignando, convencionalmente, un criterio o valor. Manifiesta la síntesis de los logros obtenidos por ciclo o período escolar.

Actividades de Evaluación

Los programas de estudio están conformados por Unidades de Aprendizaje (UA) que agrupan Resultados de Aprendizaje (RA) vinculados estrechamente y que requieren irse desarrollando paulatinamente. Dado que se establece un resultado, es necesario comprobar que efectivamente éste se ha alcanzado, de tal suerte que en la descripción de cada unidad se han definido las actividades de evaluación indispensables para evaluar los aprendizajes de cada uno de los RA que conforman las unidades.

Esto no implica que no se puedan desarrollar y evaluar otras actividades planteadas por el PA, pero es importante no confundir con las actividades de aprendizaje que realiza constantemente el alumno para contribuir a que logre su aprendizaje y que, aunque se evalúen con fines formativos, no se registran formalmente en el **Sistema de Administración Escolar SAE**. El **registro formal** procede sólo para las actividades descritas en los programas y planes de evaluación.

De esta manera, cada uno de los RA tiene asignada al menos una actividad de evaluación, a la cual se le ha determinado una ponderación con respecto a la Unidad a la cual pertenece. Ésta a su vez, tiene una ponderación que, sumada con el resto de Unidades, **conforma el 100%.** Es decir, para considerar que se ha adquirido la competencia correspondiente al módulo de que se trate, deberá **ir acumulando** dichos porcentajes a lo largo del período para estar en condiciones de acreditar el mismo. Cada una de estas ponderaciones dependerá de la relevancia que tenga la AE con respecto al RA y éste a su vez, con respecto a la Unidad de Aprendizaje. Estas ponderaciones las asignará el especialista diseñador del programa de estudios.

La ponderación que se asigna en cada una de las actividades queda asimismo establecida en la **Tabla de ponderación**, la cual está desarrollada en una hoja de cálculo que permite, tanto al alumno como al PA, ir observando y calculando los avances en términos de porcentaje, que se van alcanzando (ver apartado 7 de esta guía).

Esta tabla de ponderación contiene los Resultados de Aprendizaje y las Unidades a las cuales pertenecen. Asimismo indica, en la columna de actividades de evaluación, la codificación asignada a ésta desde el programa de estudios y que a su vez queda vinculada al Sistema de Evaluación Escolar SAE. Las columnas de aspectos a evaluar, corresponden al tipo de aprendizaje que se evalúa: **C = conceptual; P = Procedimental y A = Actitudinal**. Las siguientes tres columnas indican, en términos de porcentaje: la primera el **peso específico** asignado desde el programa de estudios para esa actividad; la segunda, **peso logrado**, es el nivel que el alumno alcanzó con base en las evidencias o desempeños demostrados; la tercera, **peso acumulado**, se refiere a la suma de los porcentajes alcanzados en las diversas actividades de evaluación y que deberá acumular a lo largo del ciclo escolar.

Otro elemento que complementa a la matriz de ponderación es la **rúbrica o matriz de valoración**, que establece los **indicadores y criterios** a considerar para evaluar, ya sea un producto, un desempeño o una actitud y la cual se explicará a continuación.

Una matriz de valoración o rúbrica es, como su nombre lo indica, una matriz de doble entrada en la cual se establecen, por un lado, los **indicadores** o aspectos específicos que se deben tomar en cuenta como **mínimo indispensable** para evaluar si se ha logrado el resultado de aprendizaje esperado y, por otro, los criterios o **niveles de calidad o satisfacción alcanzados**. En las celdas centrales se describen los criterios que se van a utilizar para evaluar esos indicadores, explicando cuáles son las características de cada uno.

Los criterios que se han establecido son: **Excelente**, en el cual, además de cumplir con los estándares o requisitos establecidos como necesarios en el logro del producto o desempeño, es propositivo, demuestra iniciativa y creatividad, o que va más allá de lo que se le solicita como mínimo, aportando elementos adicionales en pro del indicador; **Suficiente**, si cumple con los estándares o requisitos establecidos como necesarios para demostrar que se ha desempeñado adecuadamente en la actividad o elaboración del producto. Es en este nivel en el que podemos decir que se ha adquirido la competencia. **Insuficiente**, para cuando no cumple con los estándares o requisitos mínimos establecidos para el desempeño o producto.

Evaluación mediante la matriz de valoración o rúbrica

Un punto medular en esta metodología es que al alumno se le proporcione el **Plan de evaluación**, integrado por la **Tabla de ponderación y las Rúbricas**, con el fin de que pueda conocer qué se le va a solicitar y cuáles serán las características y niveles de calidad que deberá cumplir para demostrar que ha logrado los resultados de aprendizaje esperados. Asimismo, él tiene la posibilidad de autorregular su tiempo y esfuerzo para recuperar los aprendizajes no logrados.

Como se plantea en los programas de estudio, en una **sesión de clase previa a finalizar la unidad**, el PA debe hacer una **sesión de recapitulación** con sus alumnos con el propósito de valorar si se lograron los resultados esperados; con esto se pretende que el alumno tenga la oportunidad, en caso de no lograrlos, de rehacer su evidencia, realizar actividades adicionales o repetir su desempeño nuevamente, con el fin de recuperarse de inmediato y no esperar hasta que finalice el ciclo escolar acumulando deficiencias que lo pudiesen llevar a no lograr finalmente la competencia del módulo y, por ende, no aprobarlo.

La matriz de valoración o rúbrica tiene asignadas a su vez valoraciones para cada indicador a evaluar, con lo que el PA tendrá los elementos para evaluar objetivamente los productos o desempeños de sus alumnos. Dichas valoraciones están también vinculadas al SAE y a la matriz de ponderación. Cabe señalar que **el PA no tendrá que realizar operaciones matemáticas para el registro de los resultados de sus alumnos**, simplemente deberá marcar en cada celda de la rúbrica aquélla que más se acerca a lo que realizó el alumno, ya sea en una hoja de cálculo que emite el SAE o bien, a través de la Web.

8. Tabla de Ponderación

UNIDAD	RA	ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN	ASPECTOS A EVALUAR C	P	A	% Peso Específico	% Peso Logrado	% Peso Acumulado
1. Maneja aplicaciones algebraicas de funciones trascendentes	**1.1** Emplea las funciones exponenciales y logarítmicas para la representación algebraica de situaciones de su entorno.	**1.1.1**	▲	▲	▲	10	10	10
	1.2 Resuelve las ecuaciones exponenciales y logarítmicas para solucionar situaciones de su entorno.	**1.2.1**	▲	▲	▲	10	10	20
% PESO PARA LA UNIDAD						**20**	**20**	**20**
2 Modelado de Superficies y Espacios	**2.1** Ubica e identifica figuras en el espacio mediante sus características geométricas.	**2.1.1**	▲	▲	▲	15	15	35
	2.2 Explica y demuestra el modo en que las figuras son congruentes entre sí, mediante el análisis de sus dimensiones y componentes.	**2.2.1**	▲	▲	▲	10	10	45
	2.3 Iinterpreta y resuelve situaciones de espacios y superficies de acuerdo con sus procedimientos geométricos.	**2.3.1**	▲	▲	▲	15	15	60
% PESO PARA LA UNIDAD						**40**	**40**	**60**
3. Uso de la trigonometría	**3.1** Representa de manera gráfica y algebraica situaciones de la vida cotidiana mediante el uso de razones y funciones trigonométricas.	**3.1.1**	▲	▲	▲	20	20	80
	3.2 Determina identidades y ecuaciones trigonométricas calculando los valores de sus variables para la interpretación de situaciones.	**3.2.1**	▲	▲	▲	20	20	100
% PESO PARA LA UNIDAD						**40**	**40**	**100**
PESO TOTAL DEL MÓDULO						**100**	**100**	**100**

9. Materiales para el Desarrollo de Actividades de Evaluación

En blanco

10. Matriz de Valoración ó Rúbrica

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: REAN	**Nombre del Módulo:**	**Representación simbólica y angular del entorno.**	**Nombre del Alumno:**	
PA evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**1.1** Emplea las funciones exponenciales y logarítmicas para la representación algebraica de situaciones de su entorno.	**Actividad de evaluación:**	**1.1.1** Representa una función exponencial mediante una maqueta describiendo un comportamiento o una situación cotidiana de su entorno personal, familiar o social.	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Funciones exponencial y logarítmica.	**30**	Representa los elementos matemáticos que intervienen en los procesos de las funciones exponenciales y logarítmicas solucionando los problemas de interpretación algebraica que se le presentan y describe las tendencias de estos elementos. Traduce al lenguaje matemático las situaciones de su entorno mediante representación algebraica de las funciones.	Representa los elementos matemáticos que intervienen en los procesos de las funciones exponenciales y logarítmicas mostrando iniciativa y creatividad en la interpretación algebraica que se le presenta. Traduce al lenguaje matemático las situaciones de su entorno mediante representación algebraica de las funciones.	Desconoce el empleo de los elementos matemáticos que intervienen en los procesos de las funciones, exponenciales y logarítmicas sin solucionar los problemas de interpretación algebraica que se le presentan. Traduce deficientemente al lenguaje matemático las situaciones de su entorno con precisión mediante la representación algebraica de las funciones.
Modelos y/o patrones matemáticos	**30**	Emplea modelos algebraicos en la traducción de un lenguaje común del entorno, al lenguaje matemático y los proyecta al entorno laboral.	Emplea modelos algebraicos en la traducción del lenguaje común del entorno al lenguaje matemático.	Emplea erróneamente modelos algebraicos en la traducción del lenguaje común del entorno al lenguaje matemático.
Operaciones matemáticas	**40**	Aplica de manera organizada los sistemas de procesamiento algebraico, en la solución de sucesos cotidianos y la traduce al lenguaje oral, interpretándola contextualmente.	Aplica de manera organizada los sistemas de procesamiento algebraico en la solución de sucesos cotidianos, comunicando su punto de vista a fin de generar sinergia.	Ignora aplicar de manera organizada los sistemas de procesamiento algebraico en la solución de sucesos cotidianos.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: REAN	**Nombre del Módulo:**	**Representación simbólica y angular del entorno.**	**Nombre del Alumno:**	
PA evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**1.2** Resuelve las ecuaciones exponenciales y logarítmicas para solucionar situaciones de su entorno.	**Actividad de evaluación:**	**1.2.1** Representa una función logarítmica mediante una maqueta describiendo un comportamiento o una situación cotidiana y de su entorno personal, familiar o social.	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Traducción de sucesos	**35**	Identifica en situaciones del entorno la existencia de relaciones logarítmicas. Representa gráfica y algebraicamente los procesos del entorno donde existen relaciones logarítmicas reaccionando positivamente ante las dificultades de interpretación o asignación de sus elementos. Prevé el comportamiento de las variables representadas.	Identifica en situaciones del entorno la existencia de relaciones logarítmicas. Representa gráfica y algebraicamente procesos del entorno donde existen relaciones logarítmicas.	Identifica en ocasiones situaciones del entorno la existencia de relaciones logarítmicas. Representa erróneamente de manera gráfica o algebraica procesos del entorno donde existen relaciones logarítmicas y le falta insistencia reaccionando impredeciblemente ante los obstáculos.
Tácticas y técnicas logarítmicas.	**35**	Aplica procedimientos y técnicas matemáticas para solucionar relaciones planteadas. Realiza extrapolaciones matemáticas de situaciones de su entorno al entorno profesional.	Aplica procedimientos y técnicas matemáticas para solucionar relaciones planteadas.	Desconoce procedimientos y técnicas matemáticas para solucionar relaciones planteadas.
Ecuaciones e identidades logarítmicas	**30**	Aplica operaciones y procedimientos cotidianos y originales con creatividad e iniciativa sin cometer errores.	Aplica exclusivamente operaciones y procedimientos cotidianos sin cometer errores.	Aplica operaciones y procedimientos cotidianos erróneamente.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: REAN	**Nombre del Módulo:**	**Representación simbólica y angular del entorno.**	**Nombre del Alumno:**		
PA evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**	
Resultado de Aprendizaje:	**2.1** Ubica e identifica figuras en el espacio mediante sus características geométricas.	**Actividad de evaluación**	**2.1.1** Realiza un modelo bidimensional simulando un objeto importante en su localidad, región o Estado, empleando figuras geométricas regulares e irregulares, donde se identifiquen las características y relaciones propias de los polígonos regulares e irregulares y que incluya la descripción del proceso utilizado.		

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Procedimiento y organización.	**25**	Utiliza el procedimiento de manera indicada para obtener la solución a la situación planteada. Prevé estrategias y tácticas para alcanzar sus objetivos. Extrapola demostrando la utilidad de los procedimientos aprendidos a otras disciplinas como la física o química.	Utiliza el procedimiento de manera indicada para obtener la solución a la situación planteada. Prevé estrategias y tácticas para alcanzar sus objetivos.	Utiliza erróneamente el procedimiento para obtener la solución a la situación planteada.
Esquemas de figuras geométricas.	**30**	Define la relación y congruencia entre los puntos y rectas notables, lados y ángulos de las figuras geométricas empleadas en un espacio bidimensional. Demuestra creatividad e iniciativa encontrando relaciones evidentes y no evidentes.	Define la relación entre los puntos y rectas notables, lados y ángulos de las figuras geométricas empleadas en un espacio bidimensional. Demuestra creatividad e iniciativa encontrando todas las relaciones evidentes.	Define erróneamente la relación entre los puntos y rectas notables, lados y ángulos de las figuras geométricas empleadas en un espacio bidimensional.
Ubicación espacial.	**25**	Ubica figuras geométricas regulares e irregulares en el espacio bidimensional determinado. Utiliza procedimientos originales y creativos en la ubicación espacial.	Ubica las figuras geométricas regulares e irregulares en el espacio bidimensional determinado. Utiliza procedimientos originales y creativos en la ubicación espacial.	Ubica erróneamente figuras geométricas regulares e irregulares en el espacio bidimensional determinado.
Reporte descriptivo.	**20**	Integra en el reporte: o Procedimiento utilizado. o Expresión de las relaciones entre lados y ángulos de los polígonos. o Ubicación de las figuras geométricas en el esquema. o La presentación del reporte es exhaustiva analizando diferentes opciones, denotando limpieza y orden.	Integra en el reporte: o Procedimiento utilizado. o Expresión de las relaciones entre lados y ángulos de los polígonos. o Ubicación de las figuras geométricas en el esquema. o Presenta documento con limpieza y orden.	Integra en el reporte: o Procedimiento utilizado. o Expresión errónea de las relaciones entre lados y ángulos de los polígonos. o Ubicación errónea de las figuras geométricas en el esquema.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: REAN	**Nombre del Módulo:**	**Representación simbólica y angular del entorno.**	**Nombre del Alumno:**	
PA evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**2.2** Explica y demuestra el modo en que las figuras son congruentes entre sí, mediante el análisis de sus dimensiones y componentes.	**Actividad de evaluación:**	**2.2.1** Soluciona situaciones de la vida cotidiana que involucren la agrupación, desagregación y congruencia de figuras planas explicando el procedimiento mediante reporte descriptivo.	

INDICADORES	%	CRITERIOS		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Característica geométricas	**35**	Representación integral de situaciones de la vida cotidiana, empleando la agrupación, desagregación y congruencia de figuras planas de una manera ordenada, clara, y original respetando las soluciones con puntos de vista diferentes. Demuestra interés y perseverancia en culminar la tarea encomendada.	Representación integral de situaciones de la vida cotidiana, empleando la agrupación, desagregación y congruencia de figuras planas de una manera ordenada. Demuestra interés y perseverancia en culminar la tarea encomendada.	Representación integral de situaciones de la vida cotidiana, empleando la agrupación, desagregación y congruencia de figuras planas de una manera desordenada, confusa y sin originalidad.
Diagramas dibujos y reporte descriptivo.	**30**	Elabora diagramas y/o dibujos en el reporte con orden, claridad y soluciona la situación presentada analizando sus dimensiones y componentes.	Elabora diagramas y/o dibujos en el reporte con orden, claridad y soluciona la situación presentada.	Elabora diagramas y/o dibujos en el reporte sin solucionar la situación presentada y sin analizar sus dimensiones y componentes.
Conceptos matemáticos	**35**	Resuelve las situaciones planteadas, empleando los conceptos matemáticos de agrupación, desagregación y congruencia de figuras planas cooperando con sus compañeros en la búsqueda de soluciones a sus ejercicios. Demuestra mejoría en el uso pertinente de conceptos matemáticos complementarios de una tarea a otra.	Resuelve las situaciones planteadas, empleando los conceptos matemáticos de agrupación, desagregación y congruencia de figuras planas. Aprovecha los errores detectados para mejorar la aplicación de los conceptos.	Resuelve erróneamente las situaciones planteadas, y no emplea los conceptos matemáticos de agrupación, desagregación y congruencia de figuras planas.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: REAN	**Nombre del Módulo:**	**Representación simbólica y angular del entorno.**	**Nombre del Alumno:**	
PA evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**2.3** Iinterpreta y resuelve situaciones de espacios y superficies de acuerdo con sus procedimientos geométricos.	**Actividad de evaluación:**	**2.3.1** Resuelve casos de su entorno que involucran el cálculo de perímetro y área de polígonos regulares e irregulares, así como de volúmenes integrales de objetos de su entorno a partir de volúmenes elementales (esfera, cono, cilindro, cubo).	

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Procedimiento y organización	**35**	Utiliza el procedimiento, para resolver e interpretar la situación planteada con objetos en un espacio bidimensional y tridimensional de manera ordenada planteando diferentes propuestas para su aplicación.	Utiliza el procedimiento para resolver e interpretar la situación planteada con objetos en un espacio bidimensional y tridimensional de manera ordenada.	Utiliza el procedimiento de manera parcial para resolver e interpretar la situación planteada con objetos en un espacio bidimensional y tridimensional.
Cálculo de parámetros	**35**	Presenta el cálculo de parámetros de manera ordenada para obtener la solución a la situación planteada. Emplea las operaciones y conceptos pertinentes en la solución. Elimina errores previos para mejorar su desempeño.	Presenta el cálculo de parámetros de manera ordenada para obtener la solución a la situación planteada. Emplea las operaciones y conceptos pertinentes en la solución.	Presenta el cálculo de parámetros de manera ordenada para obtener la solución a la situación planteada, con algún error de operación y de conceptos.
Gráficas, diagramas y dibujos	**30**	Elabora gráficas, diagramas y/o dibujos solucionando la situación analizando sus dimensiones y componentes. Demuestra orden y claridad en la presentación del trabajo. Plantea propuestas para la elaboración de su trabajo.	Elabora gráficas, diagramas y/o dibujos solucionando la situación analizando sus dimensiones y componentes. Plantea propuestas para la elaboración de su trabajo.	Elabora gráficas, diagramas y/o dibujos solucionando la situación sin analizar sus dimensiones y componentes sin orden ni claridad.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: REAN	**Nombre del Módulo:**	**Representación simbólica y angular del entorno.**	**Nombre del Alumno:**	
PA evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**3.1** Representa de manera gráfica y algebraica situaciones de la vida cotidiana mediante el uso de razones y funciones trigonométricas.	**Actividad de evaluación:**	**3.1.1** Mide directa o indirectamente distancias, superficies y/o ángulos para definir valores numéricos, así como las relaciones entre estos elementos trigonométricos en situaciones teóricas y prácticas.	

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Operaciones trigonométricas	**35**	Realiza los procedimientos trigonométricos y simplificaciones indicados. Realiza con orden las tareas encomendadas. Demuestra el uso de procedimientos trigonométricos en otras disciplinas (física, dibujo, etc.)	Realiza los procedimientos y simplificaciones trigonométricas indicadas. Realiza con orden las tareas encomendadas.	Realiza erróneamente los procedimientos y simplificaciones trigonométricas indicadas.
Magnitudes físicas	**35**	Encuentra los valores numéricos de distancias, superficies y/o ángulos determinados usando razones o funciones trigonométricas. Representa las magnitudes determinadas reduciendo al mínimo los pasos a ejecutar.	Encuentra los valores numéricos de distancias, superficies y/o ángulos determinados usando razones o funciones trigonométricas.	Representa erróneamente las distancias, superficies y/o ángulos determinadas usando razones o funciones trigonométricas.
Representación gráfica y algebraica	**30**	Emplea los convenios de representación trigonométrica, tanto algebraica como gráfica. Expresa las situaciones cotidianas congruentemente con ambos tipos de representación. Promueve actividades en beneficio del grupo y la realiza acciones de coordinación para ejecutar mejor la tarea encomendada.	Emplea los convenios de representación trigonométrica, tanto gráfica como algebraica. Expresa las situaciones cotidianas congruentemente con ambos tipos de representación.	Emplea con errores los convenios de representación trigonométrica, tanto gráfica como algebraicamente.
	100			

MATRIZ DE VALORACIÓN O RÚBRICA

Siglema: REAN	**Nombre del Módulo:**	**Representación simbólica y angular del entorno.**	**Nombre del Alumno:**	
PA evaluador:		**Grupo:**		**Fecha:**
Resultado de Aprendizaje:	**3.2** Determina identidades y ecuaciones trigonométricas calculando los valores de sus variables para la interpretación de situaciones.	**Actividad de evaluación:**	**3.2.1** Interpreta y calcula identidades y ecuaciones trigonométricas de manera gráfica y algebraica, estableciendo las relaciones que existen entre ellas para inferir la interpretación de las soluciones encontradas.	

INDICADORES	%	C R I T E R I O S		
		Excelente	**Suficiente**	**Insuficiente**
Identidades y ecuaciones trigonométricas	**35**	Traduce situaciones cotidianas aplicando identidades y ecuaciones trigonométricas e interpretando el resultado. Encuentra soluciones originales y sencillas para resolver identidades y ecuaciones. Denota compromiso entregando trabajos en plazos acordado.	Traduce situaciones cotidianas aplicando identidades y ecuaciones trigonométricas. Encuentra soluciones originales y sencillas para resolver identidades y ecuaciones.	Traduce con errores situaciones cotidianas aplicando identidades y ecuaciones trigonométricas.
Procedimientos trigonométricos.	**35**	Aplica los procedimientos trigonométricos con creatividad simplificando su entendimiento. Cumple con los horarios acordados para la ejecución de sus tareas. Realiza los procedimientos con exactitud.	Aplica los procedimientos trigonométricos rutinarios indicados por el Prestador de Servicios Profesionales. Cumple con los horarios acordados para la ejecución de sus tareas.	Aplica los procedimientos trigonométricos rutinarios indicados por el Prestador de Servicios Profesionales con errores.
Resultados numéricos	**30**	Calcula las magnitudes indicadas y las asociadas a su vida cotidiana, utilizando identidades o ecuaciones trigonométricas. Evalúa sus resultados críticamente.	Calcula las magnitudes indicadas utilizando identidades y ecuaciones trigonométricas. Evalúa sus resultados críticamente.	Calcula erróneamente las magnitudes indicadas utilizando identidades o ecuaciones trigonométricas.
	100			